Toppersnotes®
Unleash the topper in you

मध्य प्रदेश वनरक्षक

MADHYA PRADESH PROFESSIONAL EXAMINATION BOARD

भाग – 4

गणित एवं सामान्य

SIERRA INNOVATIONS

मध्यप्रदेश – वनरक्षक

क्र.सं.	अध्याय	पृष्ठ सं.
	गणित	
1.	प्रतिशतता	1
2.	अनुपात एवं समानुपात	6
3.	संख्या पद्धति	11
4.	सरलीकरण	19
5.	औसत	24
6.	आयु	28
7.	लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक	30
8.	लाभ – हानि	33
9.	साधारण ब्याज	38
10.	चक्रवृद्धि ब्याज	42
11.	समय और कार्य	45
12.	चाल, समय और दूरी	48
13.	नाव और धारा	52
14.	संख्या श्रेणी	54
15.	ज्यामिति	58
16.	क्षेत्रमिति	72
17.	त्रिकोणमिती	89
18.	बीजगणित	95
19.	डाटा इंटरप्रिटेशन	100
	विज्ञान	
1.	भौतिक राशियाँ	112
2.	बल एवं गति	115
3.	गुरूत्वाकर्षण	118
4.	कार्य, शक्ति एवं उर्जा	120

5.	प्रकाश	122
6.	विद्युत धारा एवं चुम्बकत्व	130
7.	आवर्त गति एवं तरंग	136
8.	द्रव्य (ठोस, द्रव और गैस)	141
	• प्रत्यास्थता	141
	• संपीड्यता	142
	• पृष्ठ तनाव	142
	• केशिकात्व	143
	• श्यानता	144
	• दाब	144
	• उत्प्लावकता	145
	• आपेक्षिक घनत्व	146
9.	द्रव्य (धातु, अधातु एवं उपधातु)	147
10.	पदार्थ की भौतिक अवस्थाओं का अन्तः परिवर्तन	158
11.	रासायनिक बन्ध	159
12.	रासायनिक अभिक्रिया एवं रासायनिक समीकरण	161
13.	अम्ल, क्षार एवं लवण	166
14.	विलयन	169
15.	**pH**	171
16.	मानव जीवन में रसायन	173

17.	जीव जगत (परिचय एवं वर्गीकरण)	183
	• मोनेरा	184
	• प्रोटिस्टा	184
	• कवक	184
	• सूक्ष्म जीव (जीवाणु, विषाणु)	186
	• पादप जगत	189
	• जन्तु जगत	191
18.	कोशिका	195
19.	जन्तु ऊतक	200
20.	पाचन तंत्र	201
21.	पोषण	204
22.	रक्त, रक्त समूह एवं Rh कारक	207
23.	परिसंचरण तंत्र	209
24.	हार्मोन्स (अंतःस्त्रावी तंत्र)	113
25.	तंत्रिका तंत्र	217
26.	कंकाल तंत्र	220
27.	उत्सर्जन तंत्र	222
28.	प्रजनन तंत्र	224
29.	श्वसन तंत्र	226
30.	मानव रोग एवं निवारण	229
31.	आनुवांशिकी	234
32.	पर्यावरण	239
33.	हरित ग्रह प्रभाव और ग्लोबल वार्मिंग	241
34.	जैव विविधता	244

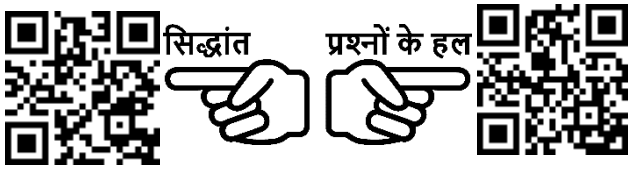
35. पारिस्थितिकी तंत्र 247

36. जैव प्रौद्योगिकी 253

37. दैनिक विज्ञान : महत्वपूर्ण तथ्य

गणित

प्रतिशतता (Percentage)



- प्रतिशत का अर्थ है 'प्रति सैंकडा' ।
- जिस भिन्न का हर 100 हो, उसे प्रतिशत कहते है और उस भिन्न का अंश प्रतिशत दर कहलाता है ।
- 100 में से 5 $= \frac{5}{100} = 5\%$
- 100 में से 10 $= \frac{10}{100} = 10\%$
- अर्थात् जब किसी राशि की तुलना 100 से की जाती है, तो वह प्रतिशत कहलाती है । जिससे तुलना की जाती है, वह आधार होता है । भिन्न में आधार हर को कहेंगे ।

प्रतिशत से भिन्न में रूपांतरण

$100\% = 1$	$10\% = \frac{1}{10}$	$5\frac{5}{19}\% = \frac{1}{19}$
$50\% = \frac{1}{2}$	$9\frac{1}{11}\% = \frac{1}{11}$	$5\% = \frac{1}{20}$
$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$	$8\frac{1}{3}\% = \frac{1}{12}$	$4\frac{1}{6}\% = \frac{1}{24}$
$25\% = \frac{1}{4}$	$7\frac{9}{13}\% = \frac{1}{13}$	$4\% = \frac{1}{25}$
$20\% = \frac{1}{5}$	$7\frac{1}{7}\% = \frac{1}{14}$	$2\frac{1}{2}\% = \frac{1}{40}$
$16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$	$6\frac{2}{3}\% = \frac{1}{15}$	$37\frac{1}{2}\% = \frac{3}{8}$
$14\frac{2}{7}\% = \frac{1}{7}$	$6\frac{1}{4}\% = \frac{1}{16}$	$62\frac{1}{2}\% = \frac{5}{8}$
$12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$	$5\frac{15}{17}\% = \frac{1}{17}$	$57\frac{1}{7}\% = \frac{4}{7}$
$11\frac{1}{9}\% = \frac{1}{9}$	$5\frac{5}{9}\% = \frac{1}{18}$	$66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3}$
$80\% = \frac{4}{5}$	$75\% = \frac{3}{4}$	

नोट –

(i) किसी भिन्न या दशमलव भिन्न या पूर्णांक को प्रतिशत में बदलने के लिए उसे 100 से गुणा करते है ।

(ii) प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए उसे 100 से भाग देते है ।

- एक संख्या, दूसरी संख्या का कितना प्रतिशत है –

$$\text{राशि}\% = \frac{\text{दी गई संख्या}}{\text{मूल (दूसरी संख्या)}} \times 100$$

उदा.1 48 का कितने प्रतिशत 6 है ?

उदा.2 जब किसी संख्या के 60% में से 60 घटाया जाता है, तो परिणाम 60 प्राप्त होता है । संख्या है–

(a) 120 (b) 150 (c) 180 (d) 200

किसी राशि में दो बार लगातार प्रतिशत परिवर्तन होता हो –

Case I – यदि $x_1\%$ व $x_2\%$ की वृद्धि हो, तो

$$\text{प्रतिशत वृद्धि} = x_1 + x_2 + \frac{x_1.x_2}{100}$$

Case II – यदि $x_1\%$ व $x_2\%$ की कमी हो, तो –

$$\text{प्रतिशत कमी} = x_1 + x_2 - \frac{x_1.x_2}{100}$$

Case III – यदि $x_1\%$ की वृद्धि तथा $x_2\%$ की कमी हो, तो

प्रतिशत परिवर्तन =

$$x_1 - x_2 - \frac{x_1.x_2}{100}\begin{bmatrix} x_1 = \text{हमेशा प्रतिशत वृद्धि} \\ x_2 = \text{हमेशा प्रतिशत कमी} \end{bmatrix}$$

नोट – खर्च, बिक्री से प्राप्त आय, राजस्व, क्षेत्रफल इत्यादि में प्रतिशत परिवर्तन निकालना हो, तो Same Rule का प्रयोग करेंगे ।

उदा.1 किसी वस्तु की 10% तथा 10% की दो क्रमवार मूल्य वृद्धियाँ किस एकमात्र मूल्य–वृद्धि के समतुल्य है ?

(a) 19% (b) 20%

(c) 21% (d) 22%

हल माना किसी वस्तु का प्रारम्भिक मूल्य = 100

नया मूल्य = 100 का 110% का 110%

$$\left(100 \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}\right) = 121 = 21\%$$

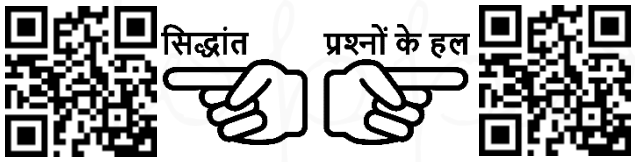
अतः एकमात्र मूल्य वृद्धि 21 प्रतिशत के समतुल्य है

उदा.2 लैपटॉप की कीमत में 25% की वृद्धि हुई । अब दूसरी बार कीमत में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई कि कुल वृद्धि 35% हो गई ?

(a) 7.5 (b) 9

(c) 8 (d) 10

जनसंख्या से संबंधित सूत्र



- यदि किसी शहर की जनसंख्या P हो एवं यह x% प्रतिवर्ष की दर से बढ रही हो, तो n वर्षों के बाद जनसंख्या

$$= P\left(1 + \frac{x}{100}\right)^n$$

- यदि कम हो रही हो, तो जनसंख्या

$$= P\left(1 - \frac{x}{100}\right)^n$$

उदा.1 यदि किसी शहर की जनसंख्या 4% प्रति वर्ष की दर से बढ रही हो तथा लोगों की वर्तमान संख्या 15625 हो, तो 3 वर्ष बाद जनसंख्या क्या होगी ?

उदा.2 किसी शहर की जनसंख्या 8000 है । यदि पुरूषो की संख्या 6 प्रतिशत की दर से बढे एवं महिलाओं की संख्या में वृद्धि की रफ्तार 10 प्रतिशत हो, तो जनसंख्या 8600 हो जाएगी । शहर में महिलाओं की संख्या ज्ञात करें ।

उदा.3 1988 में किसी शहर की जनसंख्या 12% कम हो गई । 1989 में इसमें 15% की वृद्धि हुई । 1990 के आरम्भ में शहर की जनसंख्या पर कुल मिलाकर कितना प्रभाव पडा था ?

- यदि किसी राशि का x प्रतिशत पहले व्यक्ति ने ले लिया हो, शेष का y प्रतिशत दूसरे व्यक्ति ने लिया हो तथा जो शेष बचे उसका z प्रतिशत तीसरे व्यक्ति द्वारा लेने के उपरान्त यदि A राशि बच जाएं, तो आरंभ में कुल राशि

$$= \frac{A \times 100 \times 100 \times 100}{(100 - x)(100 - y)(100 - z)}$$

- वस्तुओं के भाव में वृद्धि या कमी हो जाने पर उसके उपभोग में कमी अथवा वृद्धि

(a) उपभोग मे वृद्धि $\% = \frac{100 \times \text{कमी}}{100 - \text{कमी}}$

(b) उपभोग में कमी $\% = \frac{100 \times \text{वृद्धि}}{100 + \text{वृद्धि}}$

चीनी के भाव – खपत में कमी

उदा.1 चीनी के भाव में 40% वृद्धि होने पर किसी परिवार को चीनी की वार्षिक खपत कितने प्रतिशत कम करनी होगी जिससे परिवार का खर्च न बढे ?

(a) $24\frac{4}{7}\%$ (b) $28\frac{4}{7}\%$

(c) $29\frac{4}{7}\%$ (d) $30\frac{4}{7}\%$

उदा.2 चीनी के मूल्य में 10% कमी होने पर कोई गृहिणी ₹ 1116 में 6.2 कि.ग्रा. चीनी अधिक खरीद सकती है । चीनी का घटा हुआ मूल्य प्रति कि.ग्रा. कितना है ?

(a)₹ 12 (b) ₹ 14

(c) ₹ 16 (d) ₹ 18

किसी त्रिभुज – विकर्ण आदि

- यदि किसी समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक भुजा या शीर्षलम्ब, वर्ग के प्रत्येक भुजा या विकर्ण या परिमिती, वृत्त की त्रिज्या, व्यास या परिधि, घन या घनाभ के प्रत्येक भुजा, किसी गोला या अर्द्धगोला के त्रिज्या या व्यास इत्यादि में x प्रतिशत की वृद्धि या कमी कर दी जाए, तो उसके क्षेत्रफल में प्रतिशत कमी या वृद्धि

$$= 2x \pm \frac{x^2}{100} \begin{matrix} +\text{वृद्धि} \\ -\text{कमी} \end{matrix}$$

उदा.1 जब त्रिज्या में 25% की वृद्धि की जाती है, तो वृत्त के क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात कीजिए ?

(a) 50% (b) 56.25%
(c) 56%(d) (d) 56.15%

उदा.2 यदि एक लम्ब वृत्तीय बेलन के आधार की त्रिज्या और ऊँचाई में से प्रत्येक में 20% की वृद्धि की जाती है, तो बेलन का आयतन कितना बढ जाएगा ?

(a) 40% (b) 60%
(c) 72.80% (d) 96%

समुच्चय पर आधारित प्रश्न

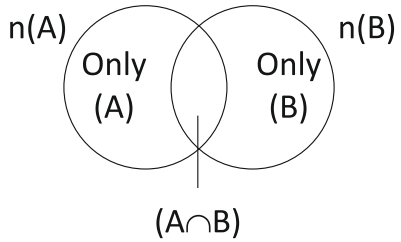
प्र. $n(A \cup B)$ = A व B मिलकर या कम से कम एक हो ।

$n(A \cap B)$ = दोनो में शामिल हो ।

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

केवल $A = n(A) - n(A \cap B)$

केवल $B = n(B) - n(A \cap B)$

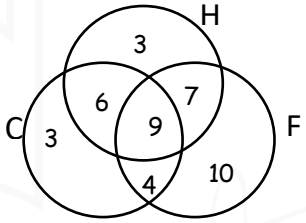


उदा.1 किसी विद्यालय में क्रिकेट टीम में 22, हॉकी टीम में 25 तथा फुटबॉल टीम में 30 लडके है । अब यदि 15 लडके हॉकी और क्रिकेट, 16 लडके हॉकी और फुटबॉल, 13 लडके फुटबॉल और क्रिकेट तथा 9 लडके हॉकी, फुटबॉल और क्रिकेट खेलते है, तो खेलने वाले कुल लडको की संख्या ज्ञात कीजिए ?

हल माना C, H और H क्रमशः क्रिकेट, हॉकी तथा फुटबॉल खेलने वाले लडको का समुच्चय है ।

दिया है = n(C) = 22, n(H) = 25, n(F) = 30, n(C ∩ H ∩ F) = 9

n(C∩H) = 15 n (H∩F) = 16 तथा n(C∩F) = 13



अब केवल C व H, खेलने वाले खिलाडियों की संख्या = n(C∩H) – n(C∩H∩F)

= 15 – 9 = 6

केवल H व F खेलने वाले खिलाडियों की संख्या = n(H∩F) – n(C∩H∩F)

केवल C व F खेलने वाले खिलाडियों की संख्या = n(C∩F) – n(C∩H∩F)

= 13 – 9 = 4

केवल C खेलने वाले खिलाडियों की संख्या = 22 – 6 – 9 – 4 = 3

केवल H खेलने वाले खिलाडियों की संख्या = 25 – 6 – 9 – 4 = 10

तथा केवल F खेलने वाले खिलाडियों की संख्या = 30 – 7 – 9 – 4 = 10

अतः खिलाडियों की कुल संख्या = 3 + 6 + 3 + 9 + 7 + 10 + 4 = 42

उदा.2 एक दफ्तर में 72% कर्मचारी चाय पीना पसंद करते है तथा 44% कॉफी पीना पसंद करते है । यदि प्रत्येक कर्मचारी दोनों में से एक अवश्य पसंद करें तथा 40 दोनों को पसंद करें, तो

दफ्तर में कुल कर्मचारियों की संख्या कितनी है ?

(a) 200 (b) 240

(c) 250 (d) 320

हल: (c)

उदा.3 एक परीक्षा में 34% विद्यार्थी गणित में फेल हुए तथा 41% अंग्रेजी में । यदि 20% विद्यार्थी दोनों विषयों में फेल हुए हो, तब दोनों विषयों में उत्तीर्ण होने वाले विद्यार्थियों का प्रतिशत कितना है?

(a) 44% (b) 50%

(c) 54% (d) 56%

अभ्यास प्रश्न

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक भिन्न के अंश में 220% वृद्धि तथा हर में 150% वृद्धि करने पर परिणामी भिन्न 4/5 है । मूल भिन्न क्या है ?

(a) 5/8 (b) 3/5

(c) 4/5 (d) 5/6

(e) इनमें से कोई नहीं

उदा.2 यदि x,y से 10% अधिक हो, तो y, x से कितने प्रतिशत कम है ?

(a) $9\frac{1}{11}\%$ (b) $8\frac{1}{11}\%$

(c) $7\frac{1}{11}\%$ (d) $10\frac{1}{11}\%$

उदा.3 एक व्यक्ति अपनी आय का 75% खर्च करता है । उसकी आय में 20% की वृद्धि होती है तथा साथ ही उसके खर्च में भी 10% की वृद्धि होती है । उसके बचत में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात करें ?

उदा.4 एक आदमी अपनी आय का 20% भोजन पर, 15% बच्चों की शिक्षा पर खर्च करता है । बची हुई आय का 40% मनोरंजन और परिवार पर, 30% मेडिकल पर खर्च करता है । इन सबके बाद उसके पास 8775 रू. बच जाते है । उसकी मासिक आय ज्ञात करो ?

उदा.5 चीनी तथा पानी के 12 लीटर घोल में 4% चीनी है । घोल को गर्म करके वाष्प द्वारा 2 लीटर पानी उडा दिये जाने पर शेष घोल में कितने प्रतिशत चीनी है ?

(a) 1.4% (b) 5.2%

(c) 4.8% (d) 3.4%

उदा.6 एक परीक्षा में 900 लडकियाँ तथा 1100 लडके बैठे । इनमें से 40% लडकियाँ तथा 50% लडके उत्तीर्ण हुये । कुल कितने प्रतिशत विद्यार्थी अनुत्तीर्ण रहे ?

(a) 45% (b) 45.5%

(c) 54.5 % (d) 59.2%

उदा.7 किसी परीक्षा में उत्तीर्ण होने के लिए 40% अंक चाहिए । A ने उत्तीर्णांक से 10% कम अंक प्राप्त किये तथा B ने A से $11\frac{1}{9}\%$ कम अंक प्राप्त किये, जबकि C ने A तथा B के कुल अंको से $41\frac{3}{17}\%$ कम अंक प्राप्त किये । ज्ञात कीजिए कि C इस परीक्षा में उत्तीर्ण हुआ अथवा नहीं ।

उदा.8 एक चुनाव में दो उम्मीदवार थे । एक उम्मीदार 30% मत लेकर 16000 मतों से हार गया । कुल कितने मत पडे ?

(a) 24000 (b) 28000
(c) 30000 (d) 40000

उदा.9 दो उम्मीदवार के बीच हुए एक चुनाव में एक उम्मीदवार को कुल वैध मतों के 52% मत मिले तथा कुल मतों के 25% मत अवैध है । यदि कुल मतों की संख्या 8400 हो, तो दूसरे उम्मीदवार को कितने वैध मत मिले ?

(a) 3276 (b) 3196
(c) 3024 (d) निर्धारित नहीं किया जा सकता

उदा.10 एक चुनाव में दो उम्मीदवार थे । इसमें 75% मतदाताओं ने अपनी मताधिकार का प्रयोग किया तथा इनमें से 2% मतों को अवैध घोषित कर दिया गया । एक उम्मीदवार ने 9261 मत प्राप्त किये जो वैध मतों के 75% थे । मतदाता सूची में कुल कितने मतदाता थे ?

अनुपात एवं समानुपात (Ratio & Proportion)

सिद्धांत

अनुपात

दो राशियों का अनुपात वह भिन्न है, जिसके द्वारा एक राशि के पदों में दूसरी राशि का अभिव्यक्त किया जा सकता है ।

अनुपात – समानुपात दो मात्राओं का भाग द्वारा एक तुलना है । a से b का अनुपात निम्न तरीके से लिखा जा सकता है ।

$a: b = \frac{a}{b} = a \div b$

मिश्रित अनुपात

दो या दो से अधिक अनुपात के पूर्व पदों के गुणनफल तथा अंतिम पदों के गुणनफल से बने नए अनुपात को मिश्रित अनुपात कहते हैं ।

जैसे – 4 : 3, 9 : 13, 26 : 5, 2 : 15 का मिश्रित अनुपात

$$\frac{4\times9\times26\times2}{3\times13\times5\times15} = \frac{16}{25}$$

विलोम या व्युत्क्रमानुपात

वह अनुपात जिसमें पहली प्रकार की राशि के बढ़ने से दूसरी प्रकार की राशि घटे, विलोमानुपात कहलाता है ।

a : b का विलोमानुपात $= \left(\frac{1}{a} : \frac{1}{b}\right) \times$ (a तथा b का LCM)

सम्मिलित अनुपात

1. यदि पहली व दूसरी राशियों के बीच अनुपात = a : b
   दूसरी व तीसरी राशियों के बीच अनुपात = c : d
   तब तीनों राशियों के बीच सम्मिलित अनुपात

a : b
c : d
ac : bc : bd

उदा. यदि A : B = 4 : 5 तथा B : C = 6 : 7 तो A : C = ?

हल

A : B : C
4 : 5
6 : 7
24 : 30 : 35

अतः A : C = 24 : 35

2. पहली व दूसरी राशि के बीच अनुपात = a : b
   दूसरी व तीसरी राशि के बीच अनुपात = c : d
   तीसरी व चौथी राशि के बीच अनुपात = e : f

a : b
c : d
e : f
ace : bce : bde : bdf

उदा. यदि A : B = 1 : 2, B : C = 3 : 4, C : D = 2 : 3 तब A : B : C : D = ?

हल

A	:	B	:	C	:	D
1	:	2				
		3	:	4		
				2	:	3

6 : 12 : 16 : 24 या 3 : 6 : 8 : 12

समानुपात

6 : 18 एवं 8 : 24 दोनों में ही 6, 18 का एक तिहाई व 8, 24 का एक तिहाई हैं । अनुपातों की इस समानता को ही समानुपात कहते हैं ।

a, b, c, d को पद कहा जाता है । a पहला पद है, b दूसरा, c तीसरा एवं d चौथा पद है ।

- a, d बाह्य पद है ।
- b, c मध्य पद है ।
- d चौथा समानुपाती है ।
- व्यंजक a : b : c : d से
  1. प्रथम समानुपाती = $a = b^2/C$
  2. मध्य समानुपाती = $b = \sqrt{ac}$
  3. तृतीय समानुपाती = $c = \frac{b^2}{a}$

उदा. 6 तथा 9 का प्रथम समानुपाती क्या होगा ?

हल $a = \frac{b^2}{c} = \frac{6^2}{9} = \frac{36}{9} = 4$

उदा. 0.32 तथा 0.02 का मध्य समानुपाती क्या होगा ?

हल $b=\sqrt{ac} \Rightarrow$

$\sqrt{0.32\times0.02}=\sqrt{0.0064} \Rightarrow 0.08$ उत्तर

अनुपात के गुण

1. एकांतरानुपात **(Alternendo)**

यदि $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ तो $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

2. योगानुपात **(Componendo)**

यदि a : b : : c : d हो

तो (a + b) : b : : (c + d) : d

अर्थात् $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

तो $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$

3. अंतरानुपात **(Dividendo)**

यदि a : b : : c : d तो

(a – b) : b : : (c – d) : d

अर्थात् $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ तब $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$

4. योगान्तरानुपात **(Compendo & Dividendo)**

यह योगानुपात तथा अन्तरानुपात का सम्मिलित है ।

यदि a : b : : c : d एक समानुपात हो ।

तो (a + b) : (a – b) : : (c + d) (c – d)

या $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

यदि x को P तथा Q के मध्य a : b के अनुपात में बाँटा जाता हो, तो

P का भाग = $\frac{a}{a+b}\times x$

Q का भाग = $\frac{b}{a+b}\times x$

P तथा Q के भागों का अंतर = $\frac{a-b}{a+b}\times x$

(जहाँ a > b)

यदि दूध और पानी के x लीटर मिश्रण में दूध एवं पानी a : b के अनुपात में हो तो उस मिश्रण में दूध एवं पानी का अनुपात c : d करने के लिए उसमें $\frac{x(ad-bc)}{c(a+b)}$ लीटर पानी मिलाना होगा ।

निकालने की प्रक्रिया बार-बार दोहराने पर

- एक कंटेनर जिसमें a लीटर द्रव है, b लीटर निकालकर उसकी जगह पर उतना ही पानी मिला दिया जाता है । यह प्रक्रिया 'n' बार दोहराई जाती है तो n वीं क्रिया के बार कंटेनर में बचे हुए दूध की मात्रा –

$$= a\left(1-\frac{b}{a}\right)^n \text{ लीटर}$$

- P, Q, R के भागों में a : b : c का अनुपात होने पर यदि P का भाग x हो तो –
  - (i) Q का भाग = $\frac{b}{a}\times x$
  - (ii) R का भाग = $\frac{c}{a}\times x$
  - (iii) Q तथा R के भागों का अंतर = $\frac{b-c}{a}\times x$ (जहाँ b> c)
  - (iv) P, Q तथा R का कुल भाग = $\frac{a+b+c}{a}\times x$
- यदि हिस्सा में जोडने या घटाने के बाद अनुपात प्राप्त होता है ।

$$x=\frac{\text{कुल राशि} \pm \text{अतिरिक्त राशि}}{\text{अनुपात का योग}}$$

उदा. A के हिस्से में 20 रुपये मिला दिये जाए तथा B के हिस्से से 25 रुपये निकाले जाये तो उनके हिस्सों का अनुपात 4 : 5 हो जाता है । यदि कुल राशि 2165 रुपये हो तो A का हिस्सा कितना रुपया होगा ।

हल $\frac{2165-5}{9} \Rightarrow \frac{2160}{9}=240$

A + 20 = 4 × 240

A = 960 – 20 = 940

B – 25 = 5 × 240

B = 1200 + 25 = 1225

मोमबत्ती पर आधारित प्रश्न

समान ऊँचाई की दो मोमबत्तियाँ एक ही समय पर जलाई जाती है । पहली मोमबत्ती T_1 घंटे में पूरी जलती है तथा दूसरी मोमबत्ती T_2 घंटे में पूरी जलती है, तो $\frac{T_1T_2(a-b)}{aT_1-bT_2}$ घंटे बाद बचे हुए भाग की ऊँचाई का अनुपात a : b होगा ।

सामान्य विज्ञान

भौतिक राशियाँ

वे सभी राशियाँ, जिनको यन्त्रो की सहायता से मापा जा सकता है तथा जिनका सम्बन्ध किसी न किसी भौतिक परिघटना से होता है, भौतिक राशियाँ (Physical Quantities) कहलाती है ।

भौतिक राशियों के प्रकार :-

(I) मात्रक और मापन के आधार पर

वे राशियाँ जो अन्य राशियों से स्वतंत्र होती है । मूल राशियाँ सात प्रकार की होती है ।

मूल मात्रक

भौतिक राशियाँ	S.I. मात्रक/इकाई
लम्बाई	मीटर
द्रव्यमान	किलोग्राम
समय	सेकण्ड
विद्युत धारा	एम्पीयर
ताप	केल्विन
ज्योति तीव्रता	कैण्डेला
पदार्थ की मात्रा	मोल

(II) व्युत्पन्न राशियाँ

मूल राशियों से प्राप्त राशियाँ ।

उदाहरण - दाब, चाल, वेग, त्वरण, क्षेत्रफल, आयतन, कार्य, ऊर्जा आदि ।

व्युत्पन्न मात्रक :-

व्युत्पन्न मात्रक (Derived Unit) उन राशियों को कहते है, जो मूल मात्रको की सहायता से व्यक्त किए जाते है । जैसे - त्वरण, वेग, आवेग इत्यादि ।

1.	कार्य या ऊर्जा	जूल	J
2.	त्वरण	मी/से^{2}	m/s^2
3.	दाब	पास्कल	Pa
4.	बल	न्यूटन	N
5.	शक्ति	वाट	W
6.	क्षेत्रफल	वर्गमीटर	m^2
7.	आयतन	घनमीटर	m^3
8.	चाल	मीटर/सेकण्ड	m/s
9.	कोणीय वेग	रेडियन/सेकण्ड	rad/s
10.	आवृत्ति	हर्ट्ज	Hz
11.	संवेग	किग्रा मी/सेकण्ड	kg m/s
12.	आवेग	न्यूटन/सेकण्ड	N/s
13.	पृष्ठ तनाव	न्यूटन/मीटर	N/m
14.	विद्युत आवेश	कूलॉम	C
15.	विभवान्तर	वोल्ट	V
16.	विद्युत प्रतिरोध	ओम	Ω
17.	विद्युत धारिता	फैराडे	F
18.	प्रेरक चुम्बकीय फ्लक्स	वेबर	--
19.	ज्योति फ्लक्स	ल्यूमेन	--
20.	प्रदीप्ति घनत्व	लक्स	lux
21.	प्रकाश तरंगदैर्ध्य	ऐंगस्ट्रॉम	Å
22.	प्रकाशीय दूरी	प्रकाश वर्ष	m

पूरक मात्रक

वे मात्रक जो न तो मूल है न ही व्युत्पन्न है, पूरक मात्रक (Supplementary Units) कहलाते है ।

राशि	मात्रक	संकेत
समतल कोण (Plane angle)	रेडियन	rad
ठोस कोण (Solid angle)	स्टेरेडियन	Sr

अदिश राशियाँ

इन्हें व्यक्त करने के लिए केवल परिमाण की आवश्यकता होती है; जैसे- द्रव्यमान, घनत्व, तापमान, विद्युत धारा, समय, चाल, दूरी, ऊर्जा, शक्ति, दाब, ताप, आवृति, आवेश, उष्मा, विभव आदि अदिश राशियाँ (Scalar Quantities) है ।

सदिश राशियाँ

इन्हें व्यक्त करने के लिए परिमाण और दिशा दोनों की आवश्यकता होती है; जैसे- विस्थापन, वेग, त्वरण, बल, संवेग, पृष्ठ तनाव, बल आघूर्ण, कोणीय वेग, चुम्बकीय क्षेत्र, चुम्बकीय तीव्रता, चुम्बकीय आघूर्ण, विद्युत धारा घनत्व, विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण, विद्युत ध्रुवण, चाल प्रवणता, ताप प्रवणता आदि सदिश राशियाँ (Vector Quantities) है ।

महत्वपूर्ण मात्रक :–

- माइक्रॉन – (μ), 1 माइक्रॉन = 10^{-6} मीटर
- ऐंग्स्ट्रॉम (Å) , 1 Å = 10^{-10} मीटर (तरंगदैर्ध्य को सामान्यतः Å में मापा जाता है ।)
- अत्यन्त लम्बी दूरी मापने के लिए खगोलीय इकाईयाँ
  प्रकाश वर्ष – एक प्रकाश वर्ष का मान 9.46 × 10^{15} मीटर के बराबर ।
  पारसेक – 1 पारसेक = 3 × 10^{16} मीटर = 3.2 प्रकाश वर्ष ।
  खगोलीय इकाई – पृथ्वी के केन्द्र से सूर्य के केन्द्र की औसत दूरी के बराबर ।
- फुट – लंबाई या दूरी का मात्रक ।
- 1 फुट – 12 इंच = 30.48 सेमी = 0.304 मीटर
- इंच – लंबाई या दूरी का मात्रक ।
  (1 इंच = 2.54 सेमी), (1 मीटर = 39.34 इंच)
  (1 सेमी = 0.01 मी = 0.39 इंच)
- मोल – एक मोल, पदार्थ की वह मात्रा है जिसमें उसके अवयवी तत्वो की संख्या 6.023 × 10^{23} है । इसे ही आवोगाद्रो नियतांक या आवोगाद्रो संख्या कहते है ।
- डॉब्सन – गैस की मात्रा मापने की इकाई ।
  (वायुमण्डलीय ओजोन की मात्रा को डॉबसन में व्यक्त करते है)
- क्यूसेक – नदियो के जल प्रवाह को मापने की इकाई ।
- हॉर्स पावर – शक्ति मापने का मात्रक ।

  1 हॉर्स पावर = 746 वॉट

- वॉट – शक्ति का SI मात्रक (जूल/सेकण्ड)
- मेगावॉट (mw) – बिजली की मात्रा मापने की इकाई । (1 mw = 10^6 वॉट)
- किलोवॉट घण्टा – (1 kwh = 3.6 मेगाजूल) ऊर्जा मापने की इकाई ।
- वोल्ट – विभवांतर का मात्रक ।
- कूलॉम – विद्युत आवेश का मात्रक ।
- जूल – ऊष्मा का मात्रक ।
- जूल – कार्य व ऊर्जा का मात्रक ।
- बार – दबाव मापने का मात्रक । (1 बार = 10000 पास्कल)
- **मैक (Mach) –** अति तीव्र चाल मापने की इकाई है । किसी माध्यम में ध्वनि की चाल को 1 मैक कहा जाता है । 1 मैक से अधिक चाल को सुपरसोनिक (Supersonic) तथा 5 मैक से अधिक चाल को हाइपरसोनिक (Hypersonic) चाल कहा जाता है । तीव्रगामी वायुयान और लडाकू विमानो की गति को 'मैक' से व्यक्त करते है ।
- **सोनार (SONAR : Sound Nevigation and Ranging) :** यह पराश्रव्य तरंगो के उपयोग से समुद्र के भीतर किसी वस्तु की स्थिति ज्ञात करने में सहायक उपकरण है । पनडुब्बियो के नौवहन में उपयोग किया जाता है ।
- **नॉट (Knot) :** समुद्री जहाज की गति मापने की इकाई है । एक समुद्रीमील प्रति घंटा चाल को नॉट कहा जाता है ।
- **रडार (RADAR : Radio Detection and Ranging) :** यह सूक्ष्म तरंगो के उपयोग से किसी वस्तु की स्थिति पता लगाने का कार्य करता है । वायुयानो के परिचालन हेतु हवाई अड्डों पर प्रयोग किया जाता है ।
- **रिक्टर स्केल :–** भुकंपीय तरंगो की तीव्रता मापने की इकाई है ।

मापक यंत्र	अनुप्रयोग
ऑडियोमीटर	ध्वनि की तीव्रता मापने में ।
ओडोमीटर	वाहन द्वारा तय की गई दूरी ।
अल्टीमीटर	ऊँचाई मापने में ।
ऑक्सैनोमीटर	पौधों की वृद्धि मापने में ।
लक्सीमीटर	प्रकाश तीव्रता मापने में ।
लैक्टोमीटर	दूध का सापेक्षिक घनत्व या शुद्धता मापने में
हाइड्रोमीटर	तरल पदार्थो का सापेक्षिक घनत्व मापने में
हाइग्रोमीटर	हवा की आर्द्रता मापने में ।
मैनोमीटर	गैसों का दाब मापने में ।
गैल्वेनोमीटर	विद्युत धारा की उपस्थिति जाँचने में ।

ऐमीटर	विद्युत धारा मापने में ।
एनीमोमीटर	वायु गति मापने में ।
विंडवेन	वायु की दिशा ज्ञात करने में ।
वोल्टमीटर	विभवांतर मापने में ।
सिस्मोग्राफ	भूकंप की तीव्रता मापने में ।
थर्मामीटर	ताप मापने में ।
पायरोमीटर	उच्च ताप मापने में । इसे विकिरण तापमापी भी कहते हैं । 1500° C से अधिक ताप मापने में उपयोग किया जाता है ।
कैरेटमीटर	स्वर्ण की शुद्धता मापने में ।
स्टेथोस्कोप	हृदय की ध्वनि सुनने में ।
स्फिग्मोमैनोमीटर	रक्त चाप मापने में ।
फेदोमीटर	समुद्र की गहराई मापने में ।
टैकोमीटर	वैद्युतिक मोटर की घूर्णीय गति अथवा वाहन की घूर्णीय गति मापने का यंत्र
पाइरहेलियोमीटर	सौर विकिरण मापने में ।
फोनोमीटर	ध्वनि की तीव्रता मापने का यंत्र ।
स्पेक्ट्रोहीलियोग्राफ	सूर्य की फोटोग्राफी का उपकरण ।
कार्डियोग्राम	हृदय गति मापन हेतु ।
पॉलीग्राफ	झूठ का पता लगाने वाला यंत्र ।
बोलोमीटर	तापमान में परिवर्तन की माप द्वारा ऊष्मीय तथा विद्युत चुम्बकीय विकिरण मापने में उपयोग किया जाता है ।

गति

गति एवं विराम

गति और विराम पिण्ड की दोनो अवस्थाएँ सापेक्षिक (Relative) होती है । एक पिण्ड, दूसरे पिण्ड के सापेक्ष विरामावस्था (Rest) में होता है, जबकि उसकी स्थिति दूसरे के सापेक्ष न बदले और यदि कोई पिण्ड अपनी स्थिति दूसरे के सापेक्ष बदलता है, तो वह सापेक्षिक गति (Relative Motion) की अवस्था में कहलाता है; जैसे- रेलगाडी मे बैठे हुए मनुष्य के सापेक्ष गाडी मे बैठे हुए अन्य यात्री स्थिर अवस्था मे होते है, परन्तु उसके सापेक्ष रेलगाडी के बाहर के लोग सापेक्षिक गति की अवस्था मे होते है ।

चाल एवं वेग

कोई वस्तु एकांक समय मे जितनी दूरी तय करती है, वह उसकी चाल है और कोई वस्तु एकांक समय में किसी निश्चित दिशा में जितनी दूरी तय करती है या विस्थापित होती है, उसे उस वस्तु का वेग कहते है । अत:

$$\text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} \quad \text{तथा वेग} = \frac{\text{विस्थापन}}{\text{समयांतराल}}$$

चाल एक अदिश राशि है, जबकि वेग सदिश राशि है । SI पद्धति में दोनो का मात्रक मीटर/सेकण्ड होता है ।

त्वरण

यदि किसी वस्तु के वेग में समय के साथ परिवर्तन हो, तो इसके वेग-परिवर्तन की दर को इसका त्वरण (Acceleration) कहा जाता है तथा वस्तु की गति को त्वरित गति कहा जाता है ।

$$\text{त्वरण} = \frac{\text{वेग परिवर्तन}}{\text{समयांतराल}}$$

त्वरण एकसमान या असमान हो सकते है । यह एक सदिश राशि है । इसका मात्रक मीटर/सेकण्ड^2 होता है अर्थात् यदि समय के किसी बिन्दु पर वस्तु का त्वरण समान हो, तो वह एकसमान त्वरण को व्यक्त करता है, लेकिन ऐसा नहीं है, तो त्वरण असमान हो सकता है ।

एक समान गति से गतिशील वस्तु के लिए त्वतण का मान शून्य होता है । ऋणात्मक त्वरण, मन्दन (Retardation) कहलाता है ।

कोणीय वेग

कोणीय विस्थापन की समय के साथ परिवर्तन की दर को कोणीय वेग (Angular Velocity) (α) कहते है । इसका SI पद्धति में मात्रक रेडियन/सेकण्ड है ।

कोणीय वेग एवं रेखीय वेग में सम्बन्ध

रेखीय वेग = कोणीय वेग × वृताकार पथ की त्रिज्या

$v = \varpi \times r$

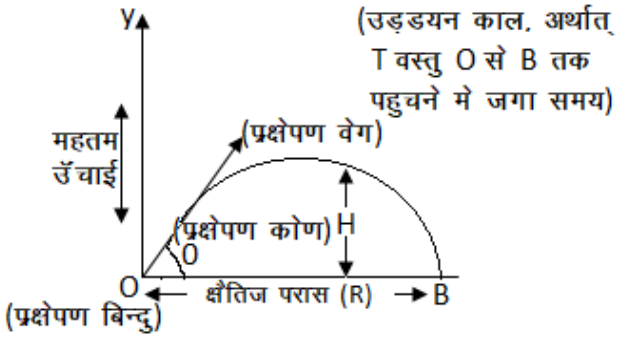
कोणीय वेग = $2\pi \times$ आवृति (n)

प्रक्षेप्य गति

जब किसी पिण्ड को एक प्रारम्भिक वेग (प्रक्षेपण वेग) से, उर्ध्वाधर दिशा से भिन्न दिशा मे फेंका जाता है, तो वह गुरूत्वीय त्वरण के अन्तर्गत उर्ध्वाधर तल मे वक्र पथ पर गति करता है, जिसे प्रक्षेप्य गति (Projectile Motion) कहते है; जैसे- तोप से छूटे गोले की गति, ईधन समाप्त होने पर रॉकेट की गति तथा हवाई जहाज से गिराए गए बम की गति आदि ।

Note:

- प्रक्षेप्य को अधिकतम दूरी तक फेंकने के लिए उसे क्षैतिज से 45 डिग्री कोण पर ऊपर की ओर प्रेक्षिपत करना चाहिए।
- प्रक्षेप्य कण के उच्चतम पिंड पर वेग एवं त्वरण के बीच 90° का कोण बनता है।
- यदि एक प्रक्षेपक का क्षैतिज परास उसकी अधिकतम ऊंचाई का चार गुना है तो प्रक्षेपण कोण का मान होगा- 45°



प्रक्षेप्य पथ

उसके अनुसार, उर्ध्वाधर दिशा से भिन्न दिशा मे फेका गया पिण्ड एक वक्र पथ पर गति करता है, जिसे प्रक्षेपण पथ (Projectile Path) कहते है । प्रक्षेप्य का पथ

परवलयाकार होता है । प्रक्षीप्य का पथ तभी परवलयाकार होता है, जब तक कि इसका वेग बहुत अधिक न हो ।

प्रक्षीप्य गति से सम्बन्धित उदाहरण–

- एक गेंद को छत से नीचे गिराएँ तथा ठीक उसी समय दूसरी गेंद को क्षैतिज दिशा मे फेंके, तो दोनो गेंदें पृथ्वी पर अलग-अलग स्थानो पर परन्तु एक साथ पहुँचेंगी ।
- पेड पर बैठे बन्दर के ठीक सामने की ओर एक शिकारी निशाना लगाकर गोली छोडता है उसी समय बन्दर पेड से नीचे कूद जाए तो गोली बन्दर को ही लगती है। यदि बन्दर पेड पर ही बैठा रहे तो गोलीय गुरूत्व के कारण कुछ नीची होने के कारण बन्दर को नहीं लगती है ।
- यदि किसी तोप से 5 किग्रा तथा 10 किग्रा के दो गोले समान वेग से एक ही दिशा में फेंके जाते है, तो दोनो पृथ्वी पर एक साथ पहुचेगे, क्योकि गोलो के उडान का समय (उड्डयन काल) उनके द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है ।

अभिकेन्द्र बल

जब कोई पिण्ड (वस्तु) किसी निश्चित बिन्दु के परित: वृतीय पथ पर अचर वेग से गति करता है तब वृतीय गति (Circular Motion) करती प्रत्येक वस्तु पर एक बल केन्द्र की ओर लगता है जिसे अभिकेन्द्र बल (Centripetal Force) कहते है ।

अभिकेंद्री बल के उदाहरण–

- इलेक्ट्रान का नाभिक के चारो ओर चक्कर लगाना ।
- पृथ्वी का सूर्य के चारो ओर चक्कर लगाना
- वृतीय पक्ष में गतिमान वस्तु पर अभिकेंद्री बल लगता है।

अपकेन्द्री बल

कुछ परिस्थितियों में ऐसा आभास होता है कि किसी वृतीय गति करती वस्तु पर बाहर की ओर एक बल लग रहा है, जबकि वास्तव मे वस्तु पर बल नहीं लगता है । इस बल को ही अपकेन्द्री बल (Centrifugal Force) कहतें हैं। यह एक आभासी (छद्म) बल होता है ।

- अपकेंद्री बल के उदाहरण– दूध से क्रीम निकालने की मशीन, ड्राई क्लीनर, वॉशिग मशीन आदि ।

बल एवं न्यूटन के गति विषयक नियम

बल

वह बाहय कारक (धक्का/खिचाव) जो किसी पिण्ड के रूप व आकार या विरामावस्था या एकसमान गति की अवस्था में परिवर्तन कर सकता है या परिवर्तन करने की प्रवृति रखता है, बल (Force) कहलाता है । बल का मात्रक न्यूटन या किग्रा मी/से^{2} होता है ।

न्यूटन के गति विषयक नियम

चिरसम्मत भौतिकी के अन्तर्गत न्यूटन के गति विषयक नियम मुख्य है, जो निम्नलिखित है

प्रथम नियम	यदि कोई वस्तु विरामावस्था मे है, तो वह विरामावस्था मे ही रहेगी और यदि एकसमान रेखीय गति कर रही है तो एकसमान रेखीय गति करती रहगी, जब तक की उस पर कोई बाहय बल न लगाया जाए । F = 0, v = नियम या a = 0, इसे गैलीलियो के जडत्व का नियम कहते है ।
द्वितीय नियम	गतिमान वस्तु की गति में उत्पन्न त्वरण वस्तु के द्रव्यमान के व्युत्क्रमानुपाती तथा वस्तु के संवेग परिवर्तन की दर के अनुक्रमानुपाती होता है अर्थात F = ma यदि किसी वस्तु पर अनेक बल कार्यरत् हो, तो वे सभी बल भौतिक रूप से स्वतन्त्र होते है ।
तृतीय नियम	प्रत्येक क्रिया बल के समान तथा विपरीत दिशा मे प्रतिक्रिया बल होता है । F_{12}=-F_{21}, क्रिया-प्रतिक्रिया बल परस्पर विपरीत दिशा मे अलग-अलग वस्तुओं पर आरोपित होते है तथा प्रकृति में बल सदैव युग्मों (Pairs) में लगते है ।

न्यूटन के जडत्व प्रथम नियम के उदाहरण

- पेड की शाखा हिलाने पर उसके फल स्वयं ही टूटकर नीचे गिर जाते है ।

- बस के अचानक चलने पर उसमें खडा यात्री पीछें की ओर गिर जाता है।

न्यूटन के द्धितीय नियम के उदाहरण –

क्रिकेट खिलाडी तेजी से आती हुई गेंद को पकडते समय अपने हाथों को पीछे की ओर खीच लेते है, ताकि गेंद का वेग कम किया जा सके। इससे कम चोट लगती है।

तेज घुमती गेंद में उसके वेग के कारण संवेग की मात्रा अधिक होती है। इसलिए, गेंद में काफी बल होता है, गेंद पकड के हाथ पीछे खींचने से गेंद में संवेग परिवर्तन की दर कम हो जाती है। इस कारण तेज गति से आ रही गेंद का प्रभाव हाथ पर कम पडता है।

न्यूटन के तृतीय नियम के उदाहरण

- बन्दूक से गोली चलाने पर, गोली चलाने वाले व्यक्ति को पीछे की ओर धक्का लगता है ।
- मनुष्य द्वारा पृथ्वी को पीछे की ओर धकेलने (क्रिया बल) पर, पृथ्वी मनुष्य को आगे की ओर धकेलती (प्रतिक्रिया बल) है ।
- रॉकेट मे रखे ईधन के जलने से उत्पन्न गैसे तीव्र वेग से नीचे की ओर निष्कासित होती है तथा इसकी प्रतिक्रिया के फलस्वरूप रॉकेट उपर की ओर गति करता है ।
- कुएँ से जल खींचते समय अचानक रस्सी टूट जाने पर खीचंने वाला व्यक्ति पीछे की ओर गिर पडता है ।
- नदी के किनारे पर व्यक्ति द्वारा नाव को पीछे की ओर खीचंने पर नाव, व्यक्ति को आगे की ओर फेकती है।

Equation of Motions -

(i) $V = u + at$

(ii) $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

(iii) $V^2 = u^2 + 2as$

आवेग

किसी वस्तु पर आरोपित बल एवं समयान्तराल जिसमें बल क्रियाशील रहता है, के गुणनफल को बल का आवेग (Impulse) कहते है । आवेग (J) = $F\Delta t$ इसका मात्रक न्यूटन–सेकण्ड होता है ।

लिफ्ट में व्यक्ति का भार

किसी लिफ्ट मे व्यक्ति के भार मे परिवर्तन निम्नलिखित प्रकार से होता है

(i) जब लिफ्ट त्वरण a से ऊपर जाती है, तो लिफ्ट में स्थित व्यक्ति का भार बढा हुआ प्रतीत होता है । इस दशा मे व्यक्ति का आभासी भार, $w = (mg + ma)$ जहाँ m व्यक्ति का द्रव्यमान है ।

(ii) जब लिफ्ट त्वरण a से नीचे आती है, तो इस दशा मे व्यक्ति का आभासी भार घटा हुआ प्रतीत होता है । इस दशा मे व्यक्ति का आभासी भार $w = (mg - ma)$

(iii) जब लिफ्ट एकसमान वेग (त्वरण, $a = 0$) से उपर या नीचे जाती है, तो इस दशा में व्यक्ति को अपने भार में कोई परिवर्तन प्रतीत नहीं होता है ।

(iv) यदि नीचे आते समय लिफ्ट की डोरी टूट जाए, तो वह मुक्त वस्तु की भाँति नीचे गिरेगी । अत: $a = g$ तथा $w = mg – mg = 0$ अर्थात् व्यक्ति को अपना भार शून्य प्रतीत होगा ।

(v) यदि लिफ्ट के नीचे उतरते समय लिफ्ट का त्वरण, गुरूत्वीय त्वरण से अधिक हो (अर्थात् $a > g$) तो लिफ्ट में खडा व्यक्ति लिफ्ट के फर्श से उठकर उसकी छत पर जा लगेगा, क्योकि $w = mg - ma > 0$ अर्थात् w अब ऋणात्मक है, इसलिए आभासी बल व्यक्ति पर उपर की ओर लगेगाा जिससे वह उठकर छत से जा लगेगा ।

घर्षण

कोई वस्तु जब किसी दूसरी वस्तु की सतह पर फिसलती या लुढकती है या ऐसा करती है, करने का प्रयास करती है, तो उनके मध्य होने वाली आपेक्षिक गति का विरोध करने वाले बल को घर्षण (Friction) कहते है । घर्षण बल सम्पर्क में आने वाले दो पृष्ठों की अनियमितताओं (Irregularities) के कारण होता है । जब दो वस्तुएँ एक–दूसरे के सम्पर्क मे आती है, तो उनको पृष्ठो की अनियमितताएँ एक–दूसरे के भीतर धँस जाती है ।

घर्षण से लाभ व हानियाँ

लाभ

- घर्षण की अनुपस्थिति में पैदल चलना भी सम्भव नहीं है।
- घिरनियों (Pulleys), पट्टों (Belts), क्लचों (Clutches) तथा ब्रेको (Brakes), के संचालन के लिए घर्षण का विद्यमान होना परमावश्यक है। ।
- घर्षण के कारण ही कील व पेंच (Nails and Screws) उन आवरन मे जिनमें उनको कसा जाता है, स्थिर रह पाते है ।
- यदि घर्षण न हो तो एक दीवार व फर्श के बीच एक सीढी भी तिरछी नहीं खडी की जा सकती ।

- घर्षण की अनुपस्थिति में पन्नों पर पेन की सहायता से लिखना भी सम्भव नहीं हो सकता ।

हानियाँ

- घर्षण द्वारा दो वस्तुओं के मध्य सापेक्ष गति का विरोध होता है, जिस कारण अतिरिक्त उर्जा व्यय होती है ।
- घर्षण के कारण मशीनों की दक्षता कम होती है, क्योंकि घर्षण के विरूद्ध कार्य करने में उर्जा का व्यय होता है ।
- घूर्णन करने वाली मशीनों के पुर्जे घर्षण के कारण घिस जाते हैं तथा अधिक ध्वनि उत्पन्न करते हैं ।

जडत्व आघूर्ण

एक निर्दिष्ट तन्त्र में किसी अक्ष के परित: घूमते हुए पिण्ड की घूर्णन की दर के परिवर्तन के प्रति विरोध की माप उस पिण्ड का जडत्व आघूर्ण कहलाता है । इसका मात्रक किलोग्राम-मीटर^2 होता है ।

वस्तु का जडत्व आघूर्ण (Moment of Inertia) (I) जितना अधिक होता है उसकी गति या विराम की अवस्था मे परिवर्तन करने के लिए उतने ही अधिक बल कि आवश्यकता होती है ।

बल आघूर्ण

किसी पिण्ड पर लगे बल आघूर्ण (Torque) के कारण ही पिण्ड में किसी अक्ष के परित: घूमने की प्रवृति होती है। बल आघूर्ण, बल के परिमाण तथा घूर्णन अक्ष से बल की लम्बवत् दूरी के गुणनफल के बराबर होती है ।

बल आघूर्ण (t) = बल × घूर्णन अक्ष से लम्बवत् दूरी
$= FR \sin \theta$

जहाँ, $R \sin \theta$ बल की घूर्णन अक्ष से लम्बवत् दूरी है ।

कोणीय संवेग

घूर्णन गति करते किसी पिण्ड के रेखीय संवेग के आघूर्ण को ही कोणीय संवेग (Angular Momentum) कहते हैं तथा कोणीय संवेग के समय के साथ परिवर्तन की दर बल आघूर्ण के बराबर होती है।

कोणीय संवेग तथा बल आघूर्ण मे सम्बन्ध

किसी वस्तु या व्यवस्था के कोणीय संवेग-परिवर्तन की दर, वस्तु या व्यवस्था पर कार्यरत् बल (बाह्य) आघूर्ण के बराबर होती है । यदि कोणीय संवेग-परिवर्तन शून्य हो तो बल आघूर्ण शून्य होगा ।

गुरूत्वाकर्षण

न्यूटन का गुरूत्वाकर्षण का नियम-

इस नियम के अनुसार, किन्हीं दो पिण्डों के मध्य कार्य करने वाला बल उनके द्रव्यमानों के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है । अर्थात्

बल, $\boldsymbol{F = \frac{m_1 m_2}{r^2}}$ या $\boldsymbol{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}$

जहाँ m_1 तथा m_2 पिण्डों के द्रव्यमान, r पिण्डों के बीच की दूरी तथा G एक सार्वत्रिक गुरूत्वाकर्षण नियतांक (Universal Gravitational Constant) है, जिसका S.I. मान 6.67×10^{-11} न्यूटन-मी^{2}/किग्रा^{2} होता है ।

गुरूत्व

पृथ्वी एवं अन्य किसी पिण्ड के बीच लगने वाले बल को गुरूत्व बल तथा इस घटना को गुरूत्वाकर्षण (Gravity) कहते हैं अर्थात् गुरूत्व वह आकर्षण बल है जिससे पृथ्वी किसी वस्तु को अपने केन्द्र की ओर खीचती है ।

गुरूत्वीय त्वरण

गुरूत्व बल के कारण किसी पिण्ड मे उत्पन्न त्वरण गुरूत्वीय त्वरण (Acceleration due to Gravity) कहलाता है । इसे g से प्रदर्शित करते हैं । इसका मात्रक मी/से^{2} या न्यूटन/किग्रा होता है ।

पृथ्वी की सतह पर गुरूत्वीय त्वरण, $g = G\frac{M_e}{R^2_e}$

जहाँ, G = गुरूत्वाकर्षण नियतांक
M_e = पृथ्वी का द्रव्यमान
R_e = पृथ्वी की त्रिज्या

अत: स्पष्ट है कि g का मान पिण्ड या वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है ।

- पृथ्वी तल से नीचे जाने पर g का मान घटता है । ध्रुवों पर g का मान अधिकतम तथा विषुवत् रेखा पर न्यूनतम होता है ।
- पृथ्वी के केन्द्र पर g का मान शून्य होता है । अत: किसी वस्तु का भार पृथ्वी के केन्द्र पर शून्य होता है, लेकिन द्रव्यमान नियत रहता है ।
- यदि समान द्रव्यमान की दो वस्तुओं को मुक्त रूप से ऊपर से गिराया जाए, तो उनमें उत्पन्न त्वरण समान होगा ।