



SSC - CHSL

संयुक्त उच्चतर माध्यमिक स्तर

कर्मचारी चयन आयोग

भाग - 2

गणित



SSC - CHSL

CONTENTS

गणित

1.	संख्या पद्धति	1
2.	सरलीकरण	17
3.	औसत	30
4.	लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक	41
5.	प्रतिशत्ता	49
6.	लाभ-हानि	62
7.	समय और कार्य	79
8.	पाइप और टंकी	89
9.	चाल, समय और दूरी	105
10.	नाव और धारा	117
11.	साधारण ब्याज	124
12.	चक्रवृद्धि ब्याज	136
13.	अनुपात तथा समानुपात	149
14.	मिश्रण एवं एलीगेशन	167
15.	बीजगणित	176
16.	ज्यामिति	193
17.	क्षेत्रमिति	227
18.	निर्देशांक ज्यामिति	265

19.	त्रिकोणमिति	281
20.	ऊंचाई और दूरी	299
21.	संख्यात्मक अभियोग्यता	312

SSC CHSL- Maths

बीजगणित, त्रिकोणमिति, लाभ-हानि एवं संख्या पद्धति आदि - ये कुछ ऐसे विषय हैं जिनसे अधिकतम प्रश्न पूछे जाते हैं। पिछले साल की परीक्षा में दो Data Interpretation के प्रश्न थे जिनमें एक Tabular और दूसरा Graph से था।

पिछले कुछ वर्षों का परीक्षा पेपर विश्लेषण निम्न है:

Topics	No of Questions
Number System	1-2
Simplification	1-2
Percentage	1-2
Ratio & Proportion	1-2
Profit & Loss/Partnership	1-2
Discount	1-2
Time & Work	1-2
Pipe & Cistern	1-2
Speed, Time and Distance	1-2
Boat & Stream	1-2
Mixture & Alligation	1-2
HCF/LCM	0-2
Average	1-2
Age	0-2
Simple Interest	1-2
Compound Interest	1-2
Algebra	2-3
Mensuration 2D & 3D	2-3
Trigonometry	2-3
Geometry	2-3
Co-ordinate Geometry	1-2
Height & Distance	1-2
Data Interpretation	3-4
Maximum Questions	25

प्रतिशतता (Percentage)

- प्रतिशत का अर्थ है 'प्रति सैकड़ा' ।
- जिस भिन्न का हर 100 हो, उसे प्रतिशत कहते हैं और उस भिन्न का अंश प्रतिशत दर कहलाता है ।
- 100 में से 5 $= \frac{5}{100} = 5\%$
- 100 में से 10 $= \frac{10}{100} = 10\%$
- अर्थात् जब किसी राशि की तुलना 100 से की जाती है, तो वह प्रतिशत कहलाती है । जिससे तुलना की जाती है, वह आधार होता है । भिन्न में आधार हर को कहेंगे ।

प्रतिशत से भिन्न में रूपांतरण

$100\% = 1$	$10\% = \frac{1}{10}$	$5\frac{5}{19}\% = \frac{1}{19}$
$50\% = \frac{1}{2}$	$9\frac{1}{11}\% = \frac{1}{11}$	$5\% = \frac{1}{20}$
$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$	$8\frac{1}{3}\% = \frac{1}{12}$	$4\frac{1}{6}\% = \frac{1}{24}$
$25\% = \frac{1}{4}$	$7\frac{9}{13}\% = \frac{1}{13}$	$4\% = \frac{1}{25}$
$20\% = \frac{1}{5}$	$7\frac{1}{7}\% = \frac{1}{14}$	$2\frac{1}{2}\% = \frac{1}{40}$
$16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$	$6\frac{2}{3}\% = \frac{1}{15}$	$37\frac{1}{2}\% = \frac{3}{8}$
$14\frac{2}{7}\% = \frac{1}{7}$	$6\frac{1}{4}\% = \frac{1}{16}$	$62\frac{1}{2}\% = \frac{5}{8}$
$12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$	$5\frac{15}{17}\% = \frac{1}{17}$	$57\frac{1}{7}\% = \frac{4}{7}$
$11\frac{1}{9}\% = \frac{1}{9}$	$5\frac{5}{9}\% = \frac{1}{18}$	$66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3}$
$80\% = \frac{4}{5}$	$75\% = \frac{3}{4}$	

नोट -

- (i) किसी भिन्न या दशमलव भिन्न या पूर्णांक को प्रतिशत में बदलने के लिए उसे 100 से गुणा करते हैं।
- (ii) प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए उसे 100 से भाग देते हैं।
- एक संख्या, दूसरी संख्या का कितना प्रतिशत है -

$$\text{राशि\%} = \frac{\text{दी गई संख्या}}{\text{मूल (दूसरी संख्या)}} \times 100$$

उदा.1 48 का कितने प्रतिशत 6 है ?

हल माना 48 का $x\% = 6$

$$\text{तब } 48 \times \frac{x}{100} = 6 \Rightarrow \frac{12x}{25} = 6$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \times 25}{12} = 12 \frac{1}{2}$$

48 का $12 \frac{1}{2}\% = 6$ है।

श्रुत: एकमात्र मूल्य - वृद्धि 21 प्रतिशत के समतुल्य है।

उदा.2 जब किसी संख्या के 60% में से 60 घटाया जाता है, तो परिणाम 60 प्राप्त होता है। संख्या है-

- (a) 120 (b) 150 (c) 180 (d) 200

हल (b) माना संख्या x है। तब,

$$X \times 60\% - 60 = 60$$

$$\Rightarrow 0.60x - 60 = 60$$

$$\Rightarrow 0.60x = 120$$

$$\Rightarrow x = \frac{120}{0.60}$$

$$X = 200$$

\therefore संख्या 200 है।

किसी राशि में दो बार लगातार प्रतिशत परिवर्तन होता हो -

Case I- यदि $x_1\%$ व $x_2\%$ की वृद्धि हो, तो

$$\text{प्रतिशत वृद्धि} = x_1 + x_2 + \frac{x_1 \cdot x_2}{100}$$

Case II – यदि $x_1\%$ व $x_2\%$ की कमी हो, तो –

$$\text{प्रतिशत कमी} = x_1 + x_2 - \frac{x_1 \cdot x_2}{100}$$

Case III – यदि $x_1\%$ की वृद्धि तथा $x_2\%$ की कमी हो, तो

$$\text{प्रतिशत परिवर्तन} = x_1 - x_2 - \frac{x_1 \cdot x_2}{100} \left[\begin{array}{l} x_1 = \text{हमेशा प्रतिशत वृद्धि} \\ x_2 = \text{हमेशा प्रतिशत कमी} \end{array} \right]$$

नोट – खर्च, बिक्री से प्राप्त आय, राजस्व, क्षेत्रफल इत्यादि में प्रतिशत परिवर्तन निकालना हो, तो Same Rule का प्रयोग करेंगे।

उदा.1 किसी वस्तु की 10% तथा 10% की दो क्रमवार मूल्य वृद्धियाँ किश एकमात्र मूल्य-वृद्धि के समतुल्य हैं ?

- (a) 19% (b) 20% (c) 21% (d) 22%

हल माना किसी वस्तु का प्राथमिक मूल्य = 100

नया मूल्य = 100 का 110% का 110%

$$\left(100 \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \right) = 121 = 21\%$$

अतः एकमात्र मूल्य वृद्धि 21 प्रतिशत के समतुल्य है

उदा.2 लैपटॉप की कीमत में 25% की वृद्धि हुई। जब दूसरी बार कीमत में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई कि कुल वृद्धि 35% हो गई ?

- (a) 7.5 (b) 9 (c) 8 (d) 10

हल विधि।

दिया है-

मूल्य में 25% की वृद्धि हुई = x

कुल 35% की वृद्धि हुई।

सूत्र :

$$\text{कुल वृद्धि} = x + y + xy/100$$

गणना :

$$\Rightarrow 35 = 25 + y + (25 \times y/100)$$

$$\Rightarrow 35 = 25 + y + y/4$$

$$\Rightarrow 140 = 100 + 4y + y$$

$$\Rightarrow 140 - 100 = 5y$$

$$\Rightarrow 40 = 5y$$

$$\Rightarrow y = 8$$

\therefore दूसरी बार वृद्धि 8% है ।

विधि II

माना लैपटॉप का मूल्य = 100

मूल्य	प्रथम वृद्धि	द्वितीय वृद्धि
100	125	135
+25%		?
+35%		

प्रतिशत वृद्धि = $\frac{135 - 125}{125} \times 100$

$= \frac{10}{125} \times 100 = 8\%$

जनसंख्या से संबंधित सूत्र

- यदि किसी शहर की जनसंख्या P हो एवं यह x% प्रतिवर्ष की दर से बढ़ रही हो, तो n वर्षों के बाद जनसंख्या

$$= P \left(1 + \frac{x}{100} \right)^n$$

- यदि कम हो रही हो, तो जनसंख्या = $P \left(1 - \frac{x}{100} \right)^n$

उदा.1 यदि किसी शहर की जनसंख्या 4% प्रति वर्ष की दर से बढ़ रही हो तथा लोगों की वर्तमान संख्या 15625 हो, तो 3 वर्ष बाद जनसंख्या क्या होगी ?

हल अभीष्ट जनसंख्या = $15625 \left(1 + \frac{4}{100} \right)^3$

$$= 15625 \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25} = 17576$$

उदा.2 किसी शहर की जनसंख्या 8000 है । यदि पुरुषों की संख्या 6 प्रतिशत की दर से बढ़े एवं महिलाओं की संख्या में वृद्धि की दर 10 प्रतिशत हो, तो जनसंख्या 8600 हो जाएगी । शहर में महिलाओं की संख्या ज्ञात करें ।

हल मान कि महिलाओं की संख्या = x

तो x का 110% + (8000 + x) का 106% = 8600

$$\text{या } \frac{110x}{100} + \frac{106(8000 + x)}{100} = 8600$$

या $x(110 - 106) = 8600 \times 100 - 8000 \times 106$

$$\therefore x = \frac{8600 \times 100 - 8000 \times 106}{110 - 106} = \frac{12000}{4} = 3000$$

उदा.3 1988 में किसी शहर की जनसंख्या 12% कम हो गई। 1989 में इसमें 15% की वृद्धि हुई। 1990 के आरंभ में शहर की जनसंख्या पर कुल मिलाकर कितना प्रभाव पड़ा था ?

हल % प्रभाव = % वृद्धि - % ह्रास - $\frac{(\% \text{ वृद्धि})(\% \text{ ह्रास})}{100}$

$$= 15 - 12 - \frac{15 \times 12}{100} = 15 - 13.8 = 1.2$$

\therefore जनसंख्या में 1.2% की वृद्धि हुई।

- यदि किसी राशि का x प्रतिशत पहले व्यक्ति ने ले लिया हो, शेष का y प्रतिशत दूसरे व्यक्ति ने लिया हो तथा जो शेष बचे उसका z प्रतिशत तीसरे व्यक्ति द्वारा लेने के उपरान्त यदि A राशि बच जाए, तो आरंभ में कुल राशि

$$= \frac{A \times 100 \times 100 \times 100}{(100 - x)(100 - y)(100 - z)}$$

- वस्तुओं के भाव में वृद्धि या कमी हो जाने पर उसके उपभोग में कमी अथवा वृद्धि

(a) उपभोग में वृद्धि % = $\frac{100 \times \text{कमी}}{100 - \text{कमी}}$

(b) उपभोग में कमी % = $\frac{100 \times \text{वृद्धि}}{100 + \text{वृद्धि}}$

उदा.1 चीनी के भाव में 40% वृद्धि होने पर किसी परिवार को चीनी की वार्षिक खपत कितने प्रतिशत कम करनी होगी जिससे परिवार का खर्च न बढ़े ?

(a) $24\frac{4}{7}\%$

(b) $28\frac{4}{7}\%$

(c) $29\frac{4}{7}\%$

(d) $30\frac{4}{7}\%$

हल विधि।

माना पहले खपत = 100 इकाई तथा मूल्य प्रति इकाई = ₹100.

पहले कुल खर्च = ₹ (100 x 100) = ₹10000

नया मूल्य = 140 प्रति इकाई तथा माना नई खपत = (100 - X) इकाई

ऋब खर्च = $140 \times (100 - x) \times (14000 - 140x)$

$$14000 - 140x = 10000$$

$$\Rightarrow 140x = 4000$$

$$\Rightarrow x = \frac{4000}{140} = \frac{200}{7} \% = 28\frac{4}{7} \%$$

खपत में कमी = $28\frac{4}{7} \%$

विधि II

$$\text{उपभोग में कमी \%} = \frac{100 \times \text{वृद्धि}}{100 + \text{वृद्धि}}$$

$$\text{कमी \%} = \frac{100 \times 40}{100 + 40}$$

$$= \frac{4000}{140} = \frac{200}{7}$$

$$= 28\frac{4}{7} \%$$

उदा.2 चीनी के मूल्य में 10% कमी होने पर कोई गृहिणी ₹1116 में 6.2 किग्रा. चीनी अधिक खरीद सकती है। चीनी का घटा हुआ मूल्य प्रति किग्रा. कितना है ?

(a) ₹ 12

(b) ₹ 14

(c) ₹ 16

(d) ₹ 18

हल विधि I

माना पहले भाव = x प्रति किग्रा.

ऋब भाव

$$= \frac{90x}{100} \text{ रूपये प्रति किग्रा.} = \frac{9x}{10} = \text{प्रति किग्रा.}$$

$$\frac{116}{(9x/10)} - \frac{1116}{x} = 6.2$$

$$\Rightarrow \frac{1240}{x} - \frac{1116}{x} = 6.2$$

$$6.2x = (1240 - 1116) = 124$$

$$\Rightarrow x = \frac{124}{6.2} = \frac{1240}{62} = 20$$

घटा भाव = $\left(\frac{90}{100} \times 20\right)$ /किग्रा. = ₹ 18 किग्रा.

विधि II

वर्तमान मूल्य के लिए

$$Rs \times \% \text{change} = \text{वजन (कम/ज्यादा)}$$

$$1116 \times \frac{10}{100} = 6.2$$

$$\Rightarrow \frac{1162}{62} = 18 \text{ रू.} \Rightarrow \text{वर्तमान मूल्य}$$

- यदि किसी समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक भुजा या शीर्षलम्ब, वर्ग के प्रत्येक भुजा या विकर्ण या परिमिती, वृत्त की त्रिज्या, व्यास या परिधि, घन या घनाभ के प्रत्येक भुजा, किसी गोला या झुद्धगोला के त्रिज्या या व्यास इत्यादि में x प्रतिशत की वृद्धि या कमी कर दी जाए, तो उसके क्षेत्रफल में प्रतिशत कमी या वृद्धि

$$= 2x \pm \frac{x^2}{100} \begin{matrix} + \text{वृद्धि} \\ - \text{कमी} \end{matrix}$$

उदा.1 जब त्रिज्या में 25% की वृद्धि की जाती है, तो वृत्त के क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात कीजिए ?

- (a) 50% (b) 56.25% (c) 56% (d) 56.15%

हल क्रमिक वृद्धि = $A + B + (AB/100)$

$$= 25 + 25 + (25 \times 25/100)$$

$$= 50 + 6.25 \Rightarrow 56.25\%$$

\therefore क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि = 56.25%

उदा.2 यदि एक लम्ब वृतीय बेलन के आधार की त्रिज्या और ऊँचाई में से प्रत्येक में 20% की वृद्धि की जाती है, तो बेलन का आयतन कितना बढ़ जाएगा ?

- (a) 40% (b) 60% (c) 72.80% (d) 96%

हल विधि I

माना बेलन की त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः r और h है ।

इसका आयतन $v = \pi r^2 h$

नई त्रिज्या = $r + \frac{20}{100}r = \frac{6}{5}r$

और नई ऊँचाई $h + \frac{20}{100}h = \frac{6}{5}h$

अतः, नया आयतन $V_1 = \pi \left(\frac{6}{5}\right)^2 \times \left(\frac{6}{5}h\right) = \frac{216}{125} \pi r^2 h$

अतः, आयतन में वृद्धि $= \frac{216}{125} \pi r^2 h - \pi r^2 h = \frac{91}{125} \pi r^2 h$

अतः प्रतिशत वृद्धि $= \frac{\frac{91}{125} \pi r^2 h}{\pi r^2 h} \times 100 = \frac{91}{125} \times 100$
 $= \frac{364}{5} = 72.8$

विधि II

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \pi \cdot r \cdot rh$

यहाँ दो बार क्रमिक परिवर्तन सूत्र का उपयोग करेंगे

प्रथम बार $= 20 + 20 + \frac{20 \times 20}{100}$

$= 44\%$

द्वितीय बार $= 44 + 20 + \frac{44 \times 20}{100} = 64 + 8.8 = 72.8\%$

समुच्चय पर आधारित प्रश्न

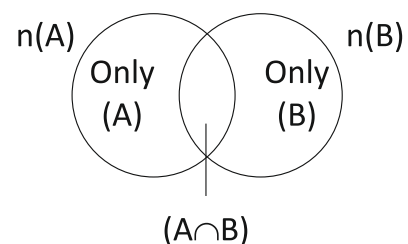
प्र. $n(A \cup B) = A$ व B मिलकर या कम से कम एक हो ।

$n(A \cap B) =$ दोनों में शामिल हो ।

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

केवल $A = n(A) - n(A \cap B)$

केवल $B = n(B) - n(A \cap B)$

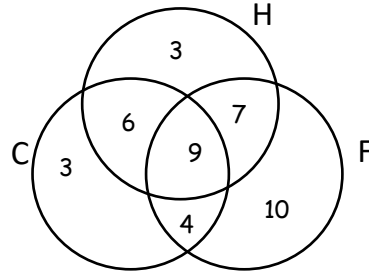


उदा.1 किसी विद्यालय में क्रिकेट टीम में 22, हॉकी टीम में 25 तथा फुटबॉल टीम में 30 लडके हैं । अब यदि 15 लडके हॉकी और क्रिकेट, 16 लडके हॉकी और फुटबॉल, 13 लडके फुटबॉल और क्रिकेट तथा 9 लडके हॉकी, फुटबॉल और क्रिकेट खेलते हैं, तो खेलने वाले कुल लडको की संख्या ज्ञात कीजिए ?

हल माना C, H और F क्रमशः क्रिकेट, हॉकी तथा फुटबॉल खेलने वाले लडको का समुच्चय है ।

दिया है $= n(C) = 22, n(H) = 25, n(F) = 30, n(C \cap H \cap F) = 9$

$n(C \cap H) = 15, n(H \cap F) = 16$ तथा $n(C \cap F) = 13$



अब केवल C व H, खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या = $n(C \cap H) - n(C \cap H \cap F)$
 $= 15 - 9 = 6$

केवल H व F खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या = $n(H \cap F) - n(C \cap H \cap F)$

केवल C व F खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या = $n(C \cap F) - n(C \cap H \cap F)$
 $= 13 - 9 = 4$

केवल C खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या = $22 - 6 - 9 - 4 = 3$

केवल H खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या = $25 - 6 - 9 - 4 = 10$

तथा केवल F खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या = $30 - 7 - 9 - 4 = 10$

अतः खिलाड़ियों की कुल संख्या = $3 + 6 + 3 + 9 + 7 + 10 + 4 = 42$

उदा.2 एक दफ्तर में 72% कर्मचारी चाय पीना पसंद करते हैं तथा 44% कॉफी पीना पसंद करते हैं। यदि प्रत्येक कर्मचारी दोनों में से एक अवश्य पसंद करें तथा 40 दोनों को पसंद करें, तो दफ्तर में कुल कर्मचारियों की संख्या कितनी है ?

- (a) 200 (b) 240 (c) 250 (d) 320

हल: (c)

विधि ।

माना कर्मचारियों की कुल संख्या = x

तब : $n(A) = \left(\frac{72}{100} \times x\right) = \frac{18x}{25}$, $n(B) = \left(\frac{44}{100} \times x\right) = \frac{11x}{25}$

तथा $n(A \cap B) = 40$

$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$x = \left(\frac{18x}{25} + \frac{11x}{25} - 40\right) \Rightarrow \left(\frac{29x}{25} - x\right) = 40$

$4x = (40 \times 25) \Rightarrow x = 250$

अतः दफ्तर में कुल कर्मचारियों की संख्या = 250

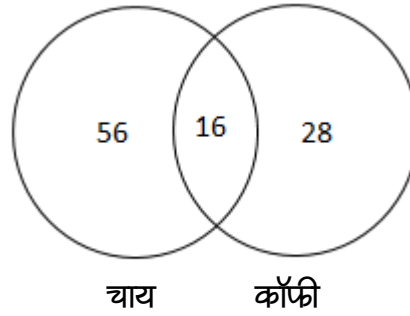
विधि II

चाय = 72%

कॉफी = 44%

$$\begin{aligned}
 \text{दोनों (चाय + कॉफी)} &= 72 + 44 + 100 \\
 &= 116 - 100 \\
 &= 16\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{कुल कर्मचारी} &= \frac{40}{16} \times 100 \\
 &= 250
 \end{aligned}$$



- उदा.3 एक परीक्षा में 34% विद्यार्थी गणित में फेल हुए तथा 41% अंग्रेजी में। यदि 20% विद्यार्थी दोनों विषयों में फेल हुए हो, तब दोनों विषयों में उत्तीर्ण होने वाले विद्यार्थियों का प्रतिशत कितना है?
- (a) 44% (b) 50% (c) 54% (d) 56%

हल (A)

माना A = गणित के फेल विद्यार्थियों का समुच्चय तथा B = अंग्रेजी के फेल विद्यार्थियों का समुच्चय
 तब $n(A) = 34$, $n(B) = 42$ तथा $n(A \cap B) = 20$

$$\begin{aligned}
 \therefore n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\
 &= (34 + 42 - 20) = 56
 \end{aligned}$$

अतः एक या दोनों विषयों में फेल होने वालों की संख्या = 56
 उत्तीर्ण होने वाले परीक्षार्थियों का प्रतिशत = $(100 - 56)\% = 44\%$

अभ्यास प्रश्न हल सहित

- उदा.1 एक भिन्न के अंश में 220% वृद्धि तथा हर में 150% वृद्धि करने पर परिणामी भिन्न $4/5$ है। मूल भिन्न क्या है ?
- (a) $5/8$ (b) $3/5$ (c) $4/5$ (d) $5/6$
- (e) इनमें से कोई नहीं

हल माना मूल भिन्न = $\frac{x}{y}$, तब नई भिन्न = $\frac{\frac{320}{100}x}{\frac{250}{100}y} = \frac{32x}{25y}$

$$\frac{32}{25} \times \frac{x}{y} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{x}{y} = \left(\frac{4}{5} \times \frac{25}{32} \right) = \frac{5}{8}$$

अतः मूल भिन्न = $\frac{5}{8}$

उदा.2 यदि x,y से 10% अधिक हो, तो y, x से कितने प्रतिशत कम है ?

(a) $9\frac{1}{11}\%$ (b) $8\frac{1}{11}\%$ (c) $7\frac{1}{11}\%$ (d) $10\frac{1}{11}\%$

हल यहाँ R = 10%

$$\begin{aligned} \text{अभीष्ट \%} &= \left\{ \frac{R}{(100 + R)} \times 100 \right\} \% \\ &= \left(\frac{10}{110} \times 100 \right) \% = \frac{100}{11} \% = 9\frac{1}{11} \% \end{aligned}$$

उदा.3 एक व्यक्ति अपनी आय का 75% खर्च करता है। उसकी आय में 20% की वृद्धि होती है तथा साथ ही उसके खर्च में भी 10% की वृद्धि होती है। उसके बचत में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात करें ?

हल माना कि उसकी मासिक आय = 100 रु.

इस प्रकार, वह 75 रु. खर्च करता है एवं 25 रु. बचाता है।

उसकी बढ़ी हुई आय = 100 + 100 का 20% = 120 रु.

उसका बढ़ा हुआ खर्च = 75 + 75 का 10% = 82.50 रु.

∴ उसकी नयी बचत = 120 – 82.50 = 37.50 रु.

∴ उसकी बचत में प्रतिशत वृद्धि = $\frac{37.50 - 25}{25} \times 100 = 50\%$

Short Trick:

$$\text{बचत में प्रतिशत वृद्धि} = \frac{20 \times 100 - 10 \times 75}{100 - 75} = \frac{1250}{25} = 50\%$$

उदा.4 एक आदमी अपनी आय का 20% भोजन पर, 15% बच्चों की शिक्षा पर खर्च करता है। बची हुई आय का 40% मनोरंजन और परिवार पर, 30% मेडिकल पर खर्च करता है। इन सबके बाद उसके पास 8775 रु. बच जाते हैं। उसकी मासिक आय ज्ञात करें ?

हल कुल यूनिट – 100

20 + 15 = 35

100 – 35 = 65 [40%, 30%, (30% बचत)]

1 यूनिट = $\frac{8775 \times 100}{65 \times 30} = 450$

100 यूनिट = 45000

या $x \times \frac{65}{100} \times \frac{30}{100} = 8775 \Rightarrow x = 45000$

उदा.5 चीनी तथा पानी के 12 लीटर घोल में 4% चीनी है। घोल को गर्म करके वाष्प द्वारा 2 लीटर पानी उडा दिये जाने पर शेष घोल में कितने प्रतिशत चीनी है ?

- (a) 1.4% (b) 5.2% (c) 4.8% (d) 3.4%

हल 12 लीटर घोल में चीनी की मात्रा = $\left(\frac{4}{100} \times 12\right)$ लीटर = 0.48 लीटर

नये 10 लीटर घोल में चीनी = 0.48 लीटर

इस घोल में चीनी की % = $\left(\frac{0.48}{10} \times 100\right)\% = 4.8\%$

उदा.6 एक परीक्षा में 900 लडकियाँ तथा 1100 लडके बैठे। इनमें से 40% लडकियाँ तथा 50% लडके उत्तीर्ण हुये। कुल कितने प्रतिशत विद्यार्थी अनुत्तीर्ण रहे ?

- (a) 45% (b) 45.5% (c) 54.5% (d) 59.2%

हल कुल विद्यार्थियों की संख्या = (900 + 1100) = 2000

कुल अनुत्तीर्ण विद्यार्थियों की संख्या = (900 का 60%) + (1100 का 50%)

$$= \left(900 \times \frac{60}{100}\right) + \left(1100 \times \frac{50}{100}\right) = (540 + 550) = 1090$$

अनुत्तीर्ण विद्यार्थियों की % = $\left(\frac{1090}{2000} \times 100\right)\% = 54.5\%$

उदा.7 किसी परीक्षा में उत्तीर्ण होने के लिए 40% अंक चाहिए। A ने उत्तीर्णक से 10% कम अंक प्राप्त किये तथा B ने A से $11\frac{1}{9}\%$ कम अंक प्राप्त किये, जबकि C ने A तथा B के कुल अंको से $41\frac{3}{17}\%$ कम अंक प्राप्त किये। ज्ञात कीजिए कि C इस परीक्षा में उत्तीर्ण हुआ अथवा नहीं।

हल माना पूर्णांक = 100 तब, उत्तीर्णक = 40

$$A \text{ द्वारा प्राप्तांक} = \left(40 \times \frac{90}{100}\right) = 36$$

$$B \text{ द्वारा प्राप्तांक} = \left(100 - 11\frac{1}{9}\right)\% = 36 \text{ का } \frac{800}{9}\% = \left(36 \times \frac{800}{9} \times \frac{1}{100}\right) = 32$$

$$C \text{ द्वारा प्राप्तांक} = (36 + 32) \text{ का } \left(100 - \frac{700}{17}\right)\% = \left(68 \times \frac{1000}{17} \times \frac{1}{100}\right) = 40$$

अतः C परीक्षा में उत्तीर्ण हुआ।

उदा.8 एक चुनाव में दो उम्मीदवार थे। एक उम्मीदवार 30% मत लेकर 16000 मतों से हार गया। कुल कितने मत पडे ?

- (a) 24000 (b) 28000 (c) 30000 (d) 40000

हल माना कुल मत पडे = x, तब (x का 70%) - (x - 30%) = 16000

$$\Rightarrow x \text{ का } 40\% = 16000 \Rightarrow x \times \frac{40}{100} = 16000$$

$$\Rightarrow x = \left(16000 \times \frac{100}{40} \right) = 40000$$

उदा.9 दो उम्मीदवार के बीच हुए एक चुनाव में एक उम्मीदवार को कुल वैध मतों के 52% मत मिले तथा कुल मतों के 25% मत अवैध है। यदि कुल मतों की संख्या 8400 हो, तो दूसरे उम्मीदवार को कितने वैध मत मिले ?

(a) 3276 (b) 3196 (c) 3024 (d) निर्धारित नहीं किया जा सकता

हल कुल अवैध मतों की संख्या = $\frac{8400 \times 25}{100} = 2100$

कुल वैध मतों की संख्या = (8400 - 2100) = 6300

पहले उम्मीदवार को मिले वैध मतों की संख्या = $\frac{6300 \times 52}{100} = 3276$

दूसरे उम्मीदवार को मिले वैध मतों की संख्या = (6300 - 3276) = 3024

उदा.10 एक चुनाव में दो उम्मीदवार थे। इसमें 75% मतदाताओं ने अपनी मताधिकार का प्रयोग किया तथा इनमें से 2% मतों को अवैध घोषित कर दिया गया। एक उम्मीदवार ने 9261 मत प्राप्त किये जो वैध मतों के 75% थे। मतदाता सूची में कुल कितने मतदाता थे ?

हल मतदान सूची में मतदाताओं की संख्या = x

डाले गये मत = $\left(x \times \frac{75}{100} \right) = \frac{3x}{4}$ तथा वैध मत = $\left(\frac{3x}{4} \times \frac{98}{100} \right) = \frac{147x}{200}$

$$\therefore \left(\frac{147x}{200} \times \frac{75}{100} \right) = 9261 \Rightarrow 9261 \times 800 \Rightarrow x = \frac{(9261 \times 800)}{441} = 16800$$

अतः कुल मतदाता = 16800

लाभ - हानि (Profit & Loss)

- क्रय मूल्य CP (Cost Price) – वस्तु का खरीद मूल्य ।
- विक्रय मूल्य SP (Selling Price) – जितने रुपये में वस्तु बेची जाती है ।
- श्रंक्ति मूल्य (MRP) - एक वस्तु के MRP को श्रंक्ति मूल्य या छपा मूल्य या सूची मूल्य कहते हैं ।
- छूट (Discount) शदैव श्रंक्ति मूल्य (MRP) पर दिया जाता है ।
- छूट (Discount) की दशा में MRP शदैव 100 % होता है । ($SP = MRP$)
- यदि $S.P. > C.P.$ हो तो लाभ होगा ।

$$\text{लाभ} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य} \quad (\text{Profit} = SP - CP)$$

- यदि $S.P. < C.P.$ हो तो हानि होगी ।

$$\text{हानि} = \text{क्रय मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य} \quad (\text{Loss} = SP - CP)$$

$$\text{लाभ \%} = \frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100$$

- लाभ व हानि हमेशा क्रय मूल्य पर निकाली जाती है ।

$$\text{हानि \%} = \frac{\text{हानि}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100$$

$$\text{विक्रय मूल्य (SP)} = \frac{100 - \text{लाभ \%}}{100} \times \text{क्रय मूल्य (CP)}$$

$$\text{विक्रय मूल्य (SP)} = \frac{100 - \text{हानि \%}}{100} \times \text{क्रय मूल्य (CP)}$$

$$\text{क्रय मूल्य (CP)} = \frac{100}{100 - \text{लाभ \%}} \times \text{विक्रय मूल्य (SP)}$$

$$\text{क्रय मूल्य (CP)} = \frac{100}{100 - \text{हानि \%}} \times \text{विक्रय मूल्य (SP)}$$

- यदि किसी वस्तु की संख्या के रूप में क्रय मूल्य या विक्रय मूल्य दिया हो तो x वस्तु का क्रय मूल्य y वस्तु के विक्रय मूल्य के बराबर है ।

$$\text{विक्रय मूल्य} = x, \quad \text{क्रय मूल्य} = y$$

$$\text{लाभ या हानि प्रतिशत} = \frac{(x - y) \times 100}{y} \quad \begin{array}{l} + = \% \text{ लाभ} \\ - = \% \text{ हानि} \end{array}$$

- यदि वस्तु खरीदने का Rate दिया हो तो बेचने का Rate निकालना
 n रुपये में a की दर से वस्तु खरीदी जाती है, तो एक वस्तु का $CP = n/a$

$$SP = \frac{n}{a} \left(\frac{100 \pm r}{100} \right) \quad \begin{array}{l} \text{शंश - रूपया} \\ \text{हर - रूपया} \end{array}$$

- यदि बेचना वाला मूल्य दिया हो तो खरीदने वाला मूल्य निकालना

$$CP = \frac{n}{a} \times \left(\frac{100}{100 \pm r} \right)$$

जब लाभ और हानि दोनों समान हो तो क्रय मूल्य (CP) = $\frac{\text{विक्रय मूल्य का योग}}{2}$

प्रश्न 1. एक विक्रेता किसी वस्तु को 1040 रुपये में बेचकर जितना लाभ प्राप्त करता है उतनी ही हानि होती है जब उसे 928 रुपये में बेचा जाता है तो बताइए वस्तु का क्रय मूल्य कितना रुपये है।

हल $\text{क्रय मूल्य} = \frac{1040 + 928}{2} \Rightarrow \frac{1968}{2} = 984$ रुपये उत्तर

- यदि विक्रय मूल्य प्रतिशत लाभ या हानि दिया हुआ हो।
 विक्रय मूल्य पर $x\%$ लाभ होता है।

$$\text{विक्रय मूल्य} = 100, \text{ लाभ} = x, CP = 100 - x$$

$$\text{वास्तविक प्रतिशत लाभ} = \frac{x \times 100}{100 - x}$$

$$\text{विक्रय मूल्य पर } x\% \text{ हानि होती हो तो हानि प्रतिशत} = \frac{x \times 100}{100 + x}$$

प्रश्न 2. एक विक्रेता दो समान मूल्य वाले घड़ियों को 20% लाभ पर बेचने का दावा करता है लेकिन एक के विक्रय मूल्य पर लाभ लेता है यदि दोनों घड़ियों के विक्रय मूल्य का अंतर 48 रुपये हो तो प्रत्येक घड़ी का क्रय मूल्य क्या है ?

हल प्रथम का % लाभ = $\frac{20 \times 100}{80} = 25\%$

प्रश्नानुसार, $25\% - 20\% = 48 \Rightarrow 5\% = 48$

$$100\% = \frac{48}{5} \times 100 = 96 \text{ रुपये}$$

- यदि दो वस्तुओं को $x\%$ लाभ एवं $x\%$ हानि पर बेचा जाए और उनके विक्रय मूल्य समान हो जाए तो हमेशा हानि होगी \Rightarrow हानि प्रतिशत = $\frac{x^2}{100}$

- जब एक बेईमान व्यापारी खोटे बाट का इस्तेमाल करता हो - यदि कोई बेईमान दुकानदार अपनी वस्तुओं को क्रय मूल्य पर बेचता है परन्तु सही वजन की जगह कम वजन का प्रयोग करता है तो उसका लाभ प्रतिशत = $\frac{\text{सही वजन} - \text{कम वजन}}{\text{कम वजन}} \times 100$

- भाव में गिरावट होने पर वस्तु की मात्रा में कमी वृद्धि
 Present Price (वर्तमान मूल्य) Rs % change = $\frac{\text{कम/अधिक वस्तु/मात्रा}}{\text{वर्तमान मूल्य}} \times 100$