



मध्य प्रदेश



पटवारी

**MADHYA PRADESH PROFESSIONAL
EXAMINATION BOARD**

भाग - 4

गणित एवं तार्किक अभिरुचि



मध्यप्रदेश – पटवारी

क्र.सं.	अध्याय	पृष्ठ सं.
	गणित	
1.	प्रतिशत्ता	1
2.	लाभ – हानि	10
3.	औसत	21
4.	संख्या पद्धति	29
5.	सरलीकरण	42
6.	साधारण ब्याज	52
7.	चक्रवृद्धि ब्याज	61
8.	अनुपात एवं समानुपात	71
9.	मिश्रण एवं एलीगेशन	83
10.	लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक	92
11.	समय और कार्य	100
12.	पाईप और टंकी	107
13.	चाल, समय और दूरी	118
14.	नाव और धारा	127
15.	आयु	134
16.	क्षेत्रमिति	140
17.	ज्यामिति	161
18.	बीजगणित	186
19.	प्रायिकता	200

तार्किक योग्यता

1.	कैलेण्डर	206
2.	श्रृंखला	210
3.	अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण	217
4.	कूट-भाषा परीक्षण	224
5.	क्रम और रैंकिंग	232
6.	गणितीय संक्रियाएँ	236

क्षेत्रमिति (Mensuration)

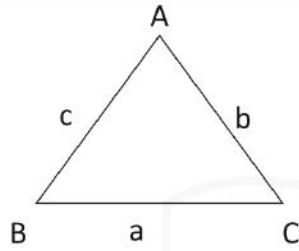
क्षेत्रमिति

(1) क्षेत्रफल

(2) आयतन

- इसके अंदर क्षेत्रफल व आयतन ज्ञात करने के नियम आते हैं।

त्रिभुज



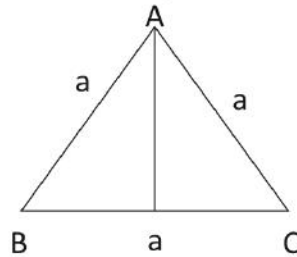
- ABC एक त्रिभुज है जिसकी भुजाएँ a, b व c हैं।
- त्रिभुज का परिमाप = $a + b + c$
- त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$
- जब तीनों भुजाएँ a, b, c दे रखी हो तब क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$\left(\text{जहाँ } s \text{ (अर्द्धपरिमाप)} = \frac{a+b+c}{2} \right)$$

- जब त्रिभुज की दो भुजाएँ व उनके बीच का कोण (θ) दिया हुआ हो तो

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{भुजाओं का गुणनफल} \times \sin\theta$$

- (1) समबाहु त्रिभुज - ऐसा त्रिभुज जिसकी सभी भुजाएँ समान हो।

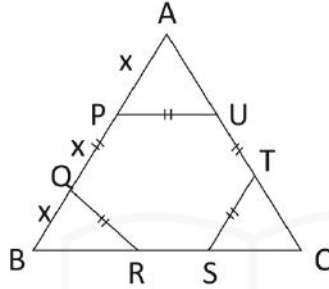


- परिमाप = $3a$
- माध्यिका या शीर्षलम्ब = $\frac{\sqrt{3}}{2}a$
- समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$
- समबाहु त्रिभुज के अंतः वृत्त की त्रिज्या = $\frac{a}{2\sqrt{3}}$

- समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या = $\frac{a}{\sqrt{3}}$
- समबाहु त्रिभुज की भुजा ज्ञात करना जब इसके शंकर स्थित किसी बिंदु से तीनों भुजाओं पर लम्ब क्रमशः P_1, P_2 व P_3 डाले जाते हैं।

$$\text{भुजा (a)} = \frac{2}{\sqrt{3}} [P_1 + P_2 + P_3]$$

- किसी समबाहु त्रिभुज के अंतर्गत समषट्भुज बनाया जाता हो तो



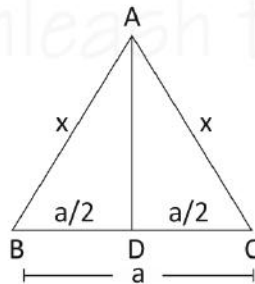
$$3x = AB$$

$$x = \frac{AB}{3}$$

$$\text{समषट्भुज की भुजा} = \frac{a}{3} \quad \{a, \text{समबाहु त्रिभुज की भुजा}\}$$

$$\text{समषट्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{6\sqrt{3}}{4} (\text{भुजा})^2$$

- (2) समद्विबाहु त्रिभुज -



$$\text{समान भुजा} = x$$

$$\text{असमान भुजा} = a$$

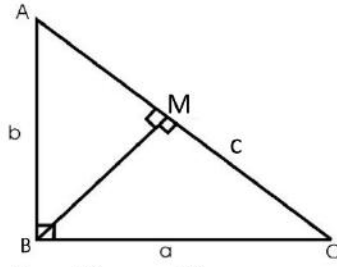
- जिस त्रिभुज में दो भुजाएँ समान होती हैं, उसे समद्विबाहु त्रिभुज कहते हैं।
- असमान भुजा पर डाला गया लम्ब ही त्रिभुज की ऊँचाई होती है।

$$\text{अतः } AD = \sqrt{x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} a \times \sqrt{x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{1}{4} a \times \sqrt{4x^2 - a^2}$$

$$\text{समकोण समद्विबाहु त्रिभुज } A = \frac{1}{2} b^2 = \frac{1}{4} (\text{कर्ण})^2$$

(3) समकोण त्रिभुज -



जिसे त्रिभुज का एक कोण समकोण होता है। यहाँ B पर समकोण है।

पाइथागोरस प्रमेय से, $c^2 = a^2 + b^2$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times a \times b$$

$$\text{कर्ण पर डाले गये लम्ब की लम्बाई (BM)} = \frac{\text{लम्ब} \times \text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{ba}{c}$$

त्रिभुज से संबंधित अन्य प्रमुख तथ्य

- यदि किसी त्रिभुज की श्रंत: त्रिज्या तथा परिमाप दिया हुआ हो तब Δ का क्षेत्रफल $(\Delta) = r.s$ {जहाँ, $r =$ श्रद्धपरिमाण, $r =$ श्रंत:त्रिज्या}
- यदि त्रिभुज की भुजाओं का गुणनफल व परिवृत्त की त्रिज्या (R) ज्ञात है तब त्रिभुज का क्षेत्रफल $\text{Area of } \Delta = \frac{abc}{4R}$ { $a, b, c \rightarrow$ त्रिभुज की भुजाएँ, $P \rightarrow$ परिवृत्त की त्रिज्या}
- समकोण त्रिभुज में पाइथागोरस प्रमेय को follow करने वाले

Triplets:

3, 4, 5
 6, 8, 10
 5, 12, 13
 7, 24, 25
 20, 21, 29

चतुर्भुज

चार भुजाओं से घिरी बन्द आकृति चतुर्भुज कहलाती है। इसके सभी कोणों का योग 360° व विकर्णों की संख्या 2 होती है।

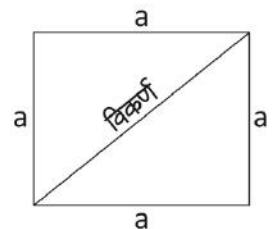
(1) वर्ग

- इसकी चारो भुजाएँ समान व प्रत्येक कोण 90° का होता है।

परिमाप (P) = $4a$

क्षेत्रफल (A) = (भुजा) $^2 = a^2$

विकर्ण (d) = $\sqrt{2} a$



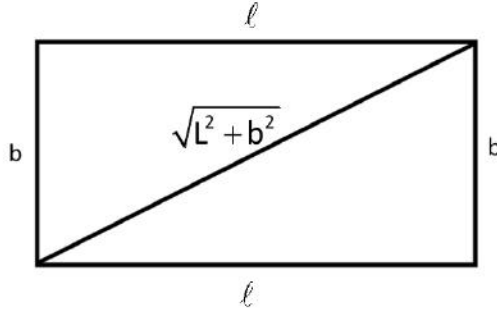
(a) $A = a^2 = \frac{(\text{विकर्ण})^2}{2}$

(b) परिमाप (P) = $4 \sqrt{A}$

(c) $A = \frac{P^2}{16}$

(2) आयत

इसकी क्षमने क्षमने की भुजाएँ समान व प्रत्येक कोण, समकोण (90°) का होता है ।



परिमाप = 2(लम्बाई + चौड़ाई)

= 2(l + b)

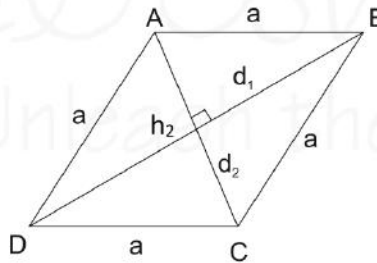
क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

= l × b

विकर्ण = $\sqrt{l^2 + b^2}$

(3) समचतुर्भुज

- ऐसा चतुर्भुज जिसकी चारों भुजाएँ समान होती हैं, परन्तु प्रत्येक कोण 90° नहीं होता है । इसके विकर्ण, समकोण पर समद्विभाजित करते हैं ।



परिमाप = 4a

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ विकर्णों का गुणनफल

समचतुर्भुज की भुजाएँ (a) = $\sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$

क्षेत्रफल - जब भुजाएँ दे रखी हो तथा कोण (Angles) भी दे रखा हो तो -

क्षेत्रफल = भुजा × भुजा × sin θ

(4) समानान्तर चतुर्भुज

$$\left[\begin{array}{l} AB \parallel CD \text{ एवं } AB = CD \\ AD \parallel BC \text{ एवं } AD = BC \end{array} \right]$$

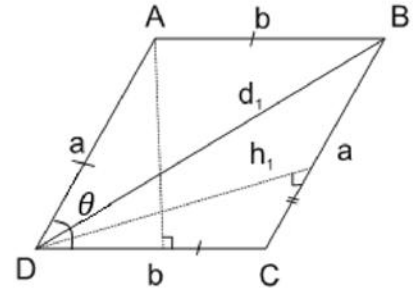
शामने-शामने की भुजाएँ समान्तर होती हैं
 परिमाप = $2 \times$ (शामने भुजाओं का योग)
 $= 2(a + b)$

क्षेत्रफल = शीर्षाद × ऊँचाई
 $= a \times h_1$
 $= b \times h_2$

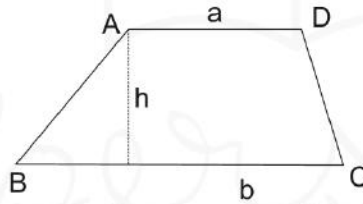
क्षेत्रफल = $ab \sin \theta$

विकर्ण $d_1 = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$

$$\frac{d_1^2 + d_2^2}{2} = a^2 + b^2$$



(5) समलम्ब चतुर्भुज



- इसमें विपरीत भुजाओं का एक जोड़ा समान्तर होता है।

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ (समान्तर भुजाओं का योग) \times बीच की दूरी
 $= \frac{1}{2} \times h \times (a + b)$

वृत्त

वृत्त की त्रिज्या = r

वृत्त का व्यास = $2 \times$ त्रिज्या = $2r$

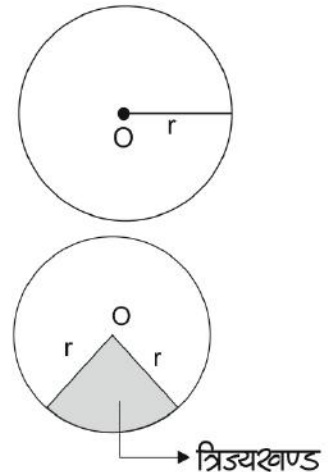
परिधि = $2\pi r$

वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2

त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = $\pi r^2 \frac{\theta}{360^\circ}$

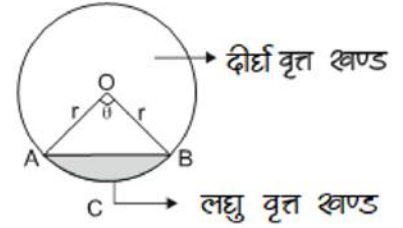
त्रिज्यखण्ड की परिधि = $2r +$ चाप की लंबाई

चाप की लंबाई = $2\pi r \frac{\theta}{360^\circ}$



लघु वृत्त खण्ड का क्षेत्रफल = त्रिज्य खण्ड $\triangle ACB$ का क्षेत्रफल - $\triangle OAB$ का क्षेत्रफल

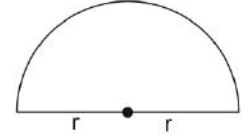
$$= \pi r^2 \frac{\theta}{360} - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$



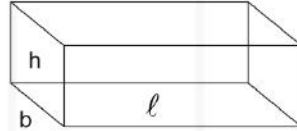
अर्द्धवृत्त

अर्द्धवृत्त का परिमाप = $\pi r + 2r = r(\pi + 2)$

क्षेत्रफल = $\pi r^2 / 2$



घनाभ



• यह शकृति शायताकार रूप में होती है ।

l = लंबाई, b = चौडाई, h = ऊँचाई

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb + bh + lh)$

विकर्ण (d) = $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

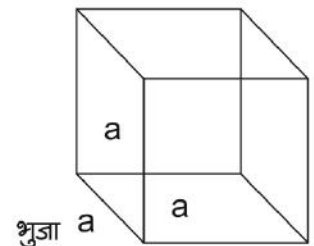
शायतन = शकृार का क्षेत्रफल \times ऊँचाई
= lbh

- इसमें 6 पृष्ठ होते हैं व विपरीत पृष्ठ समान होते हैं ।
- शुजाओं की संख्या = 12
- शीर्षों की संख्या = 8
- कमरे की चारो दीवारों का क्षेत्रफल = शकृार की परिमिति \times ऊँचाई

$$= 2(l + b) \times h$$

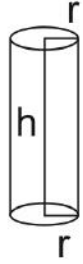
घन

- यह वर्गाकार रूप में होता है, प्रत्येक शतह एक वर्ग होती है ।
- कुल पृष्ठ/शतह $\rightarrow 6$
- शुजाएँ $\rightarrow 12$
- शीर्ष $\rightarrow 8$
- घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$
- विकर्ण = $\sqrt{3}a$
- शायतन = (शुजा)³ = a^3



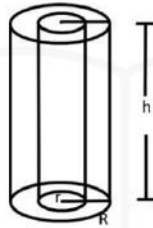
बेलन

- बेलन की त्रिज्या r व ऊँचाई h हो तो
- बेलन के वक्र/पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi rh$
- संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh + 2\pi r^2$
 $= 2\pi r (h + r)$
- बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$



खोखला बेलन

- यह एक पाइप की तरह होता है।
- जिसकी ऊँचाई h व अंतः व बाह्य त्रिज्याएँ क्रमशः r व R हो तो -



- खोखले बेलन का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल = बाह्य पार्श्व पृष्ठ + आंतरिक पार्श्व पृष्ठ
 $= 2\pi Rh + 2\pi r h$
 $= 2\pi h (R+r)$
- खोखले बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल + वृत्ताकार भाग का क्षेत्रफल
 $= 2\pi h (R+r) + 2\pi (R^2 - r^2)$
- खोखले बेलन का आयतन = खोखले बेलन को बनाने में लगे पदार्थ का आयतन
 $= \pi R^2 h - \pi r^2 h$
 $= \pi (R^2 - r^2) h$

शंकु

यहाँ

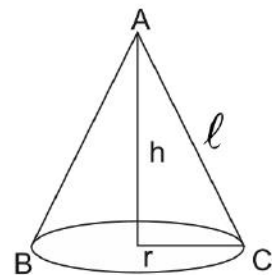
- h = शंकु की ऊँचाई
- l = तिर्यक ऊँचाई
- r = त्रिज्या

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$\text{वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल} = \pi r l$$

$$\text{संपूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल} = \pi r l + \pi r^2$$

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

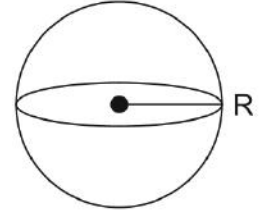


गोला

वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = $4\pi R^2$

आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

खोखले गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi(R-x)^3$ {x - मोटाई}

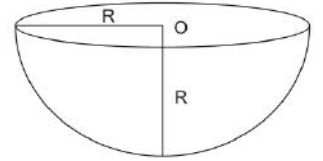


अर्द्धगोला

वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi R^2$

संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = $3\pi R^2$

आयतन = $\frac{2}{3}\pi R^3$



हल सहित उदाहरण

त्रिभुजों के परिमाप एवं क्षेत्रफल पर आधारित

विषम बाहु त्रिभुज

उदा.1 8 सेमी, 6 सेमी और 4 सेमी भुजाओं वाले एक विषमबाहु त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल $a = 8 \text{ cm}$ $b = 6 \text{ cm}$ $c = 4 \text{ cm}$

Also,

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

$$s = 9 \text{ cm}$$

त्रिभुज के क्षेत्रफल का हीरो सूत्र,

$$\text{क्षेत्रफल} = \sqrt{[s \times (s - a) \times (s - b) \times (s - c)]}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \sqrt{[9 \times (9 - 8) \times (9 - 6) \times (9 - 4)]}$$

$$= \sqrt{135} = 11.6 \text{ cm}^2$$

अतः, विषम बाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल 11.6 cm^2 होगा

उदा.2 रॉबर्ट को त्रिभुज की दो भुजाएँ और उनके बीच का संगत कोण क्रमशः 14 इकाई, 28 इकाई और 30 डिग्री दिया गया था। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल त्रिभुज की प्रथम भुजा, $a = 14$

त्रिभुज की दूसरी भुजा, $b = 28$

भुजाओं के मध्य का कोण, $c = 30 \text{ degree}$

त्रिभुज का क्षेत्रफल : क्षेत्रफल (A) = $(1/2) ab \times \sin C$

$$A = (1/2) \times 28 \times 14 \times \sin 30^\circ$$

$$\Rightarrow A = (1/2) \times 28 \times 14 \times (1/2)$$

$$\Rightarrow A = 7 \times 14$$

$$\Rightarrow A = 98$$

तो, त्रिभुज का क्षेत्रफल 98 वर्ग यूनिट होगा

समबाहु त्रिभुज

उदा.1 किसी समबाहु त्रिभुज की भुजा 6cm है। क्षेत्रफल ज्ञात करें ?

- (a) $9\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (b) $6\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (c) $4\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (d) $8\sqrt{3}$ वर्ग सेमी

हल क्षेत्रफल $\Delta = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 = 9\sqrt{3}$ वर्ग सेमी

उदा.2 एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $400\sqrt{3}$ वर्ग मीटर है, उसका (त्रिभुज) परिमाण है ?

- (a) 120 m (b) 150 m (c) 90 m (d) 135 m

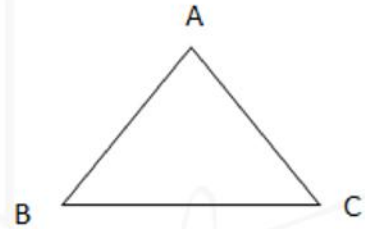
हल \therefore समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल = $400\sqrt{3}$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} (\text{side})^2 = 400\sqrt{3}$$

$$(\text{भुजा})^2 = \frac{400\sqrt{3} \times 4}{\sqrt{3}} = 1600$$

$$\text{भुजा} = 40 \text{ m}$$

$$\text{परिमाण} = 3 \times \text{side} = 3 \times 40 = 120 \text{ m}$$



समद्विबाहु त्रिभुज

उदा.1 किसी समद्विबाहु त्रिभुज की दो भुजाएँ 15 सेमी. तथा 22 सेमी. हैं। परिमाण के सम्भव मान ज्ञात करें ?

- (a) 52 or 59 (b) 52 or 60
(c) 15 or 37 (d) 37 or 29

हल तीसरी भुजा 15 अथवा 22 में कोई एक है।

संभावित परिमाण

$$15 \times 2 + 22 = 52$$

$$\text{तथा } 22 \times 2 + 15 = 59$$

उदा.2 किसी समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल 4 वर्ग इकाई है। यदि अज्ञात भुजा की लम्बाई 2 इकाई हो, तब बराबर भुजाओं की लम्बाई ज्ञात करें ?

- (a) 4 इकाई (b) $2\sqrt{3}$ इकाई (c) $\sqrt{17}$ इकाई (d) $3\sqrt{2}$ इकाई

हल: माना त्रिभुज की प्रत्येक समान भुजा a इकाई है।

$$= \frac{2}{4} \sqrt{4a^2 - 4} = 4$$

$$\sqrt{4a^2 - 4} = 8$$

$$4a^2 - 4 = 64$$

$$a^2 - 1 = 16$$

$$a^2 = 17$$

$$a = \sqrt{17} \text{ इकाई}$$

समकोण त्रिभुज

उदा.1 एक समकोण त्रिभुज का आधार और ऊँचाई क्रमशः 12 सेमी और 5 सेमी है। सम्मुख शीर्ष से इसके कर्ण की लम्बवत दूरी है

- (a) $4\frac{4}{13}$ cm (b) $4\frac{8}{13}$ cm (c) 5 cm (d) 7 cm

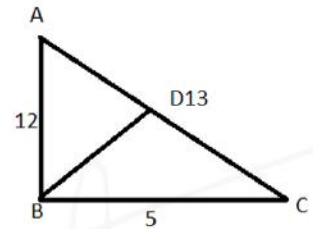
हल (b)

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 5\right) \text{ cm}^2 = 30 \text{ cm}^2$$

$$\text{कर्ण} = \sqrt{(12)^2 + 5^2} \text{ cm} = \sqrt{169} \text{ cm} = 13 \text{ cm}$$

$$BD = \frac{AB \times BC}{AC}$$

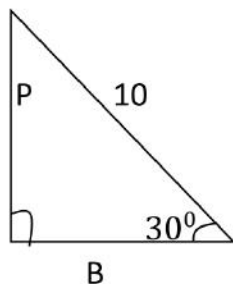
$$BD = \frac{12 \times 5}{13} = 4\frac{8}{13} \text{ cm}$$



उदा.2 किसी समकोण त्रिभुज का एक कोण, दूसरे कोण का दो गुना है। यदि विकर्ण की लम्बाई 10 सेमी. हो, तब क्षेत्रफल ज्ञात करें ?

- (a) $\frac{25}{2}\sqrt{3}$ सेमी² (b) 25 सेमी² (c) $25\sqrt{3}$ सेमी² (d) $\frac{75}{2}$ सेमी²

हल दिए गए त्रिभुज के कोण 90° , 30° तथा 60° हैं।



$$P = \frac{10}{2} = 5$$

$$B = 5\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \text{Area (क्षेत्रफल)} = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times 5 = \frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ सेमी}^2$$

चतुर्भुजों के परिमाण तथा क्षेत्रफल पर आधारित

वर्ग से सम्बंधित प्रश्न

उदा.1 यदि किसी वर्ग के विकर्ण की लंबाई $6\sqrt{2}$ सेमी. है, तो इसका क्षेत्रफल कितना होगा ?

- (a) $24\sqrt{2}$ सेमी² (b) 24 सेमी² (c) 36 सेमी² (d) 72 सेमी²

हल वर्ग का विकर्ण = $6\sqrt{2}$ सेमी

$$\text{वर्ग की भुजा} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 6 \text{ सेमी}^2$$

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = 6 \times 6 = 36 \text{ सेमी}^2$$

उदा.2 पाँच वर्ग के परिमाण 24cm, 32cm, 40 cm, 76 cm तथा 80cm हैं। उन वर्ग का परिमाण ज्ञात करें, जिसका क्षेत्रफल उपर्युक्त वर्गों के क्षेत्रफल के योग के बराबर हों ?

- (a) 31 सेमी (b) 62 सेमी (c) 124 सेमी (d) 961 सेमी

हल (c)

$$\text{वर्ग की भुजा} = \frac{\text{perimeter}}{4}$$

$$\therefore \text{पाँचों वर्गों की भुजाएँ} = \frac{24}{4}, \frac{32}{4}, \frac{40}{4}, \frac{76}{4}, \frac{80}{4} = 6, 8, 10, 19, 20$$

प्रश्नानुसार

$$\text{अन्य वर्ग का क्षेत्रफल} = 6^2 + 8^2 + 10^2 + 19^2 + 20^2$$

$$(\text{side})^2 = 36 + 64 + 100 + 361 + 400$$

$$\text{side} = \sqrt{961} = 31$$

$$\text{परिमाण} = 31 \times 4 = 124 \text{ सेमी}$$

आयत से संबंधित प्रश्न

उदा.1 एक आयत की लम्बाई और चौड़ाई में 23 मी. का अन्तर है, यदि आयत का परिमाण 206 मी. हो तो क्षेत्रफल क्या है।

- (a) 1520 मी² (b) 2420 मी² (c) 2480 मी² (d) 2520 मी²

हल (d)

$$\text{माना की चौड़ाई} = x \text{ मी.}$$

$$\therefore \text{लम्बाई} = (23 + x) \text{ मी.}$$

$$\Rightarrow 2(x + 23 + x) = 206$$

$$4x = 206 - 46$$

$$x = \frac{160}{4} = 40 \text{ मी.}$$

$$\therefore \text{length} = 40 + 23 = 63 \text{ मी.}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट क्षेत्रफल}$$

$$63 \times 40$$

$$= 2520 \text{ मी}^2$$

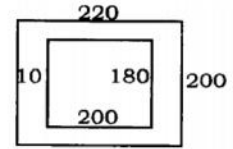
उदा.2 200 m x 180m वाले आयताकार क्षेत्र के चारों ओर 10m चौड़ा शरत्ता है। शरत्ते के क्षेत्रफल ज्ञात करें ?

- (a) 8000 (b) 7000 (c) 7500 (d) 8200

हल (a)
पथ का क्षेत्रफल

$$= 200 \times 220 - 200 \times 180$$

$$= 44000 - 36000 = 8000 \text{ मी.}^2$$



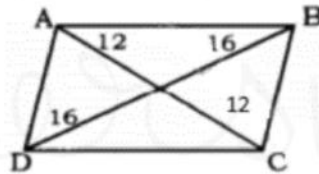
समचतुर्भुज से सम्बंधित प्रश्न

उदा.1 एक समचतुर्भुज के विकर्ण क्रमशः 32 सेमी. तथा 24 सेमी. हैं। तो समचतुर्भुज का परिमाण है।

- (a) 80 cm (b) 72 cm (c) 68 cm (d) 64 cm

हल (a)

समचतुर्भुज एक समानान्तर चतुर्भुज है जिसके विकर्ण 90° पर काटते हैं तथा जिसकी भुजाएँ बराबर होती हैं



$$\therefore AB = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ cm} = \text{समचतुर्भुज की भुजा}$$

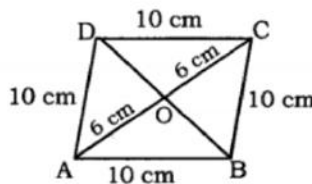
$$\therefore \text{समचतुर्भुज का परिमाण} = 20 \times 4 = 80 \text{ cm}$$

उदा.2 एक समचतुर्भुज का परिमाण 40 सेमी. है। यदि दोनों विकर्णों में से एक की लम्बाई 12 सेमी. है, तो दूसरे विकर्ण की लम्बाई क्या है ?

- (a) 12 cm (b) $\sqrt{136}$ cm (c) 16 cm (d) $\sqrt{44}$ cm

हल $4 \times \text{side} = 40 \text{ cm}$ (given)

$$\Rightarrow \text{side} = \frac{40}{4} = 10 \text{ cm}$$



In ΔAOB ,

$$OB = \sqrt{10^2 - 6^2}$$

$$= \sqrt{100 - 36}$$

$$= \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

$$\text{विकर्ण } BD = 8 \times 2 = 16 \text{ cm.}$$

समान्तर चतुर्भुज से सम्बंधित प्रश्न

उदा.1 एक समान्तर चतुर्भुज की भुजाएँ 60 मीटर और 40 मीटर हैं। उसका एक विकर्ण 80 मीटर लम्बा है। उसका क्षेत्रफल है

- (a) $500\sqrt{15}$ मीटर² (b) $600\sqrt{15}$ मीटर² (c) $400\sqrt{15}$ मीटर² (d) $450\sqrt{15}$ मीटर²

हल (b)

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\text{जहाँ } a, b \text{ और } c \text{ भुजाएँ हैं और } s = \frac{a+b+c}{2}$$

एक समान्तर चतुर्भुज की भुजाएँ 60 मीटर और 40 मीटर हैं। उसका एक विकर्ण 80 मीटर लम्बा है गुण - समान्तर चतुर्भुज का विकर्ण समान्तर चतुर्भुज को 2 समान त्रिभुजों में विभाजित करता है।

अतः समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $2 \times$ (त्रिभुज का क्षेत्रफल जिसकी भुजाएँ 40 मीटर, 60 मीटर और 80 मीटर हैं)

$$= 2 \times \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\text{जहाँ } s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\Rightarrow s = \frac{40+60+80}{2} = \frac{180}{2}$$

$$\Rightarrow s = 90 \text{ मीटर}$$

$$\begin{aligned} \text{समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल} &= 2 \times \sqrt{90(90-80)(90-60)(90-40)} \\ &= 2 \times \sqrt{90 \times 10 \times 30 \times 50} \end{aligned}$$

$$= 2 \times 300\sqrt{15}$$

$$= 600\sqrt{15} \text{ मीटर}^2$$

उदा.2 यदि समान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुजाएँ 4 : 5 के अनुपात में हैं जिनका परिमाप 180 सेमी. है, तो इसकी भुजाएँ हैं :

(a) 40 सेमी. और 50 सेमी.

(b) 32 सेमी. और 40 सेमी.

(c) 44 सेमी. और 55 सेमी.

(d) 36 सेमी. और 45 सेमी.

हल (a)

दिया है :

समान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुजाओं का अनुपात = 4 : 5

समान्तर चतुर्भुज का परिमाप = 180 सेमी

समान्तर चतुर्भुज का परिमाप = $2(a+b)$

जहाँ a और b समान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुजाएँ हैं

गणना :

माना भुजाएँ क्रमशः 4x और 5x हैं

$$\Rightarrow 2(4x + 5x) = 180 \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow 18x = 180 \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ सेमी}$$

$$\text{भुजाएँ } 4x \text{ हैं} = 4 \times 10 = 40 \text{ सेमी}$$

झोर $5x = 5 \times 10 = 50$ सेमी

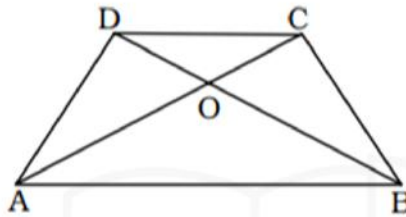
\therefore भुजाएँ क्रमशः 40 सेमी और 50 सेमी हैं।

समलम्ब चतुर्भुज से सम्बंधित प्रश्न

उदा.1 समलम्ब चतुर्भुज ABCD में, AB समान्तर हैं CD के और $AB = 2CD$ के तथा इसके विकर्ण O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि AOB का क्षेत्रफल 84 cm^2 है, तो COD का क्षेत्रफल बराबर है

- (a) 72 cm^2 (b) 21 cm^2 (c) 42 cm^2 (d) 26 cm^2

हल



$$DC \parallel AB$$

$$\angle DCA = \angle CAB$$

$$\angle CDB = \angle DBA$$

$$\therefore \Delta COD \sim \Delta AOB$$

$$\therefore \frac{\text{Area of } \Delta COD}{\text{Area of } \Delta AOB}$$

$$= \frac{CD^2}{AB^2} = \frac{CD^2}{4CD^2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{Area of } \Delta COD$$

$$= \frac{1}{4} \times 84$$

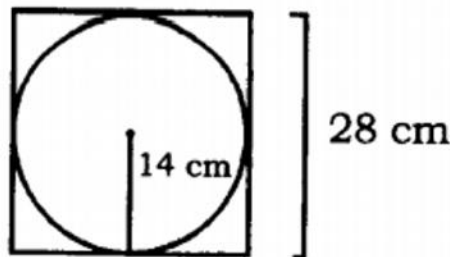
$$= 21 \text{ sq cm}^2$$

वृत्त के परिधि एवं क्षेत्रफल पर श्राधारित

उदा.1 28 सेमी. भुजा वाले वर्ग के अन्दर खींचे गये बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल सेमी.² में ज्ञात करें ?

- (a) 17248 (b) 784
(c) 8624 (d) 616

हल (d)



सबसे बड़े वृत्त की

$$= \frac{1}{2} \times 28 = 14 \text{ cm}$$

$$\text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$\text{त्रिज्या} = \frac{1}{2} \times (\text{वर्ग की भुजा})$$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 616 \text{ cm}^2$$

उदा.2 50 सेमी व्यास का एक दांतेदार पहिया 30 सेमी व्यास के छोटे पहिये से जुड़ा हुआ है। यदि बड़ा पहिया 15 चक्कर लगाता है तो छोटा पहिया कितने चक्कर लगाएगा ?

- (a) 18 (b) 20
(c) 25 (d) 30

हल 1 चक्कर में छोटे पहिये द्वारा तय की गई दूरी

$$= (2\pi \times 15) \text{ सेमी} = (30\pi) \text{ सेमी}$$

1 चक्कर में बड़े पहिये द्वारा तय की गई दूरी

$$= (2\pi \times 25) \text{ सेमी} = (50\pi) \text{ सेमी।}$$

मान लीजिए $k \cdot 30\pi = 15 \times 50\pi$. तब, $k = ((15 \times 50\pi) / 30\pi) = 25$.

आवश्यक चक्करों की संख्या = 25.

ऋद्ध वृत्त के परिमाण तथा क्षेत्रफल श्राधारित

उदा.1 एक अर्ध-गोलाकार आकार की खिड़की का व्यास 63 सेमी है। इसका परिमाण बराबर होता है

- (a) 126 cm (b) 162 cm (c) 198 cm (d) 251 cm

हल (b)

खिड़की का परिमाण

$$= \pi R + 2R = \left(\frac{22}{7} \times \frac{63}{2} + 63 \right) \text{ cm} = (99 + 63) \text{ cm} = 162 \text{ cm}$$

उदा.2 यदि एक तार को एक वर्ग के आकार में मोड़ा जाता है, तो वर्ग का क्षेत्रफल 81 वर्ग सेमी है। जब तार को अर्धवृत्ताकार आकार में मोड़ा जाता है, तो अर्धवृत्त का क्षेत्रफल होगा

- (a) 22 cm² (b) 44 cm² (c) 77 cm² (d) 154 cm²

हल (c)

वर्ग की प्रत्येक भुजा की लम्बाई = $\sqrt{81} \text{ cm} = 9 \text{ cm}$.

तार की लम्बाई = $(9 \times 4) \text{ cm} = 36 \text{ cm}$

$$\pi R + 2R = 36 \Rightarrow (\pi + 2)R = 36 \leftrightarrow R = \frac{36}{\left(\frac{22}{7} + 2\right)} = 7 \text{ cm}$$

अर्ध वृत्त का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \pi R^2 = \left(\frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \right) \text{ cm}^2 = 77 \text{ cm}^2$$

घनाभ

क्षेत्रफल तथा श्रायतन श्राधारित सामान्य प्रश्न

Q.1 4000 की आबादी वाले एक कस्बे में प्रति व्यक्ति 140 लीटर पानी की आवश्यकता होती है। इसमें 18m × 12m × 8m का एक टैंक है। इस टंकी का पानी _____ दिनों के लिए पर्याप्त होगा?

- (a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 2

Sol. (a)

पानी की आवश्यकता = $4000 \times 140 = 560000 \text{ lit}$