Toppersnotes®
Unleash the topper in you

# RAJASTHAN

## LOWER DIVISION CLERK

लिपिक ग्रेड II एवं कनिष्ठ सहायक

राजस्थान कर्मचारी चयन बोर्ड, जयपुर

भाग – 3

गणित

SIERRA INNOVATIONS

# RAJASTHAN L.D.C.

## CONTENTS


| गणित | | |
|---|---|---|
| 1. | संख्या पद्धति | 1 |
| 2. | सरलीकरण | 17 |
| 3. | वैदिक विधि से वर्ग, घन एवं वर्गमूल, घनमूल | 29 |
| 4. | औसत | 37 |
| 5. | प्रतिशत्ता | 47 |
| 6. | बट्टा | 61 |
| 7. | लाभ – हानि | 70 |
| 8. | साझेदारी | 86 |
| 9. | अनुपात एवं समानुपात | 94 |
| 10. | साधारण ब्याज | 110 |
| 11. | चक्रवृद्धि ब्याज | 121 |
| 12. | समय और कार्य | 133 |
| 13. | चाल, समय और दूरी | 141 |
| 14. | बारम्बारता बंटन | 153 |
| 15. | सांख्यिकी (केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप) | 161 |
| 16. | माध्य विचलन | 170 |
| 17. | जन्म–मृत्यु सांख्यिकी | 175 |
| 18. | डाटा इंटरप्रिटेशन | 178 |

| | | |
|---|---|---|
| 19. | बीजगणित | 195 |
| 20. | निर्देशांक ज्यामिति | 208 |
| 21. | त्रिकोणमिति | 216 |
| 22. | ऊँचाई व दूरी | 231 |
| 23. | ज्यामिति | 242 |
| 24. | क्षेत्रमिति | 274 |
| 25. | लघुगणक | 300 |

# क्षेत्रमिति (Mensuration)

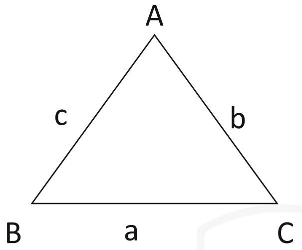
क्षेत्रमिति

(1) क्षेत्रफल

(2) आयतन

- इसके अंदर क्षेत्रफल व आयतन ज्ञात करने के नियम आते हैं ।

## त्रिभुज

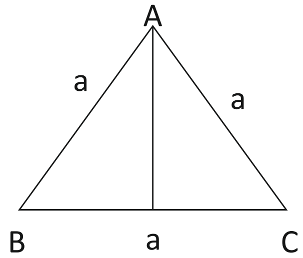



- ABC एक त्रिभुज है जिसकी भुजाएँ a, b व c हैं ।
- त्रिभुज का परिमाप = a + b + c
- त्रिभुज का क्षेत्रफल = ½ × आधार × ऊँचाई
- जब तीनों भुजाएँ a, b, c दे रखी हो तब क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

  (जहाँ s (अर्द्धपरिमाप) = $\frac{a+b+c}{2}$ )
- जब त्रिभुज की दो भुजाएँ व उनके बीच का कोण ($\theta$) दिया हुआ हो तो

  क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}\times$ भुजाओं का गुणनफल $\times \sin\theta$

(1) समबाहु त्रिभुज – ऐसा त्रिभुज जिसकी सभी भुजाएँ समान हो ।

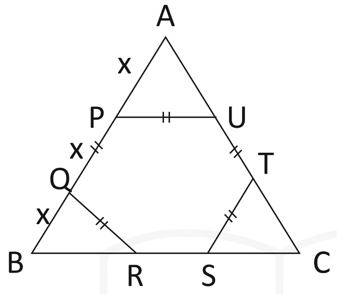



- परिमाप = 3a
- माध्यिका या शीर्षलम्ब = $\frac{\sqrt{3}}{2}a$
- समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$
- समबाहु त्रिभुज के अंतः वृत्त की त्रिज्या = $\frac{a}{2\sqrt{3}}$

- समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या = $\frac{a}{\sqrt{3}}$
- समबाहु त्रिभुज की भुजा ज्ञात करना जब इसके अंदर स्थित किसी बिंदु से तीनो भुजाओं पर लम्ब क्रमशः $P_1$, $P_2$ व $P_3$ डाले जाते है ।

$$\text{भुजा } (a) = \frac{2}{\sqrt{3}}\left[P_1 + P_2 + P_3\right]$$

- किसी समबाहु त्रिभुज के अंतर्गत समषष्टभुज बनाया जाता हो तो



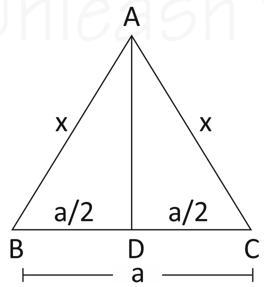

$3x = AB$

$x = \frac{AB}{3}$

समषटभुज की भुजा = $\frac{a}{3}$ {a, समबाहु त्रिभुज की भुजा}

समषटभुज का क्षेत्रफल = $\frac{6\sqrt{3}}{4}$ (भुजा)$^2$

(2) समद्विबाहु त्रिभुज –




समान भुजा = $x$

असमान भुजा = a

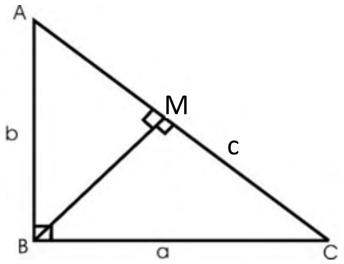
- जिस त्रिभुज में दो भुजाएँ समान होती है, उसे समद्विबाहु त्रिभुज कहते है ।
- असमान भुजा पर डाला गया लम्ब ही त्रिभुज की ऊँचाई होती है ।

अतः $AD = \sqrt{x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}a \times \sqrt{x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ = $\frac{1}{4}a \times \sqrt{4x^2 - a^2}$

समकोण समद्विबाहु त्रिभुज A = $\frac{1}{2}b^2 = \frac{1}{4}$(कर्ण)$^2$

(3) समकोण त्रिभुज –




जिस त्रिभुज का एक कोण समकोण होता है। यहाँ B पर समकोण है।

पाइथागोरस प्रमेय से, $c^2 = a^2 + b^2$

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times a \times b$

कर्ण पर डाले गये लम्ब की लम्बाई (BM) = $\frac{\text{लम्ब} \times \text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{ba}{c}$

## त्रिभुज से संबंधित अन्य प्रमुख तथ्य

- यदि किसी त्रिभुज की अंतः त्रिज्या तथा परिमाप दिया हुआ हो तब
  $\Delta$ का क्षेत्रफल $(\Delta) = r.s$ {जहाँ, r = अर्द्धपरिमाण, r = अंतःत्रिज्या}

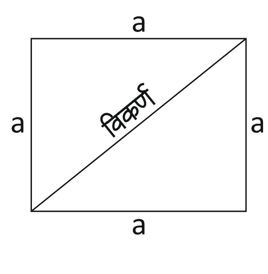
- यदि त्रिभुज की भुजाओं का गुणनफल व परिवृत्त की त्रिज्या (R) ज्ञात है तब त्रिभुज का क्षेत्रफल
  Area of $\Delta = \frac{abc}{4R}$ {a, b, c $\rightarrow$ त्रिभुज की भुजाएँ, P $\rightarrow$ परिवृत्त की त्रिज्या}
- समकोण त्रिभुज में पाइथागोरस प्रमेय को follow करने वाले
  Triplets:

| | | |
|---|---|---|
| 3, | 4, | 5 |
| 6, | 8, | 10 |
| 5, | 12, | 13 |
| 7, | 24, | 25 |
| 20, | 21, | 29 |

## चतुर्भुज

चार भुजाओं से घिरी बन्द आकृति चतुर्भुज कहलाती है। इसके सभी कोणो का योग 360° व विकर्णों की संख्या 2 होती है।

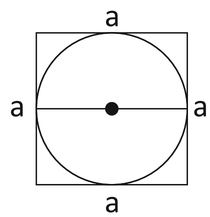
**(1)** वर्ग



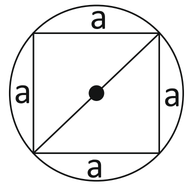

- इसकी चारो भुजाएँ समान व प्रत्येक कोण 90° का होता है।
  परिमाप (P) = 4a
  क्षेत्रफल (A) = (भुजा$^2$) = $a^2$
  विकर्ण (d) = $\sqrt{2}$ a

(a) A = $a^2 = \frac{(\text{विकर्ण})^2}{2}$  (b) परिमाप (P) = $4\sqrt{A}$  (c) A = $\frac{P^2}{16}$

- यदि किसी वर्ग के अंदर अधिकतम क्षेत्रफल का वृत्त बनाया जाता है
  वृत्त का व्यास = वर्ग की भुजा
  $2r = a$
  त्रिज्या $(r) = a/2$

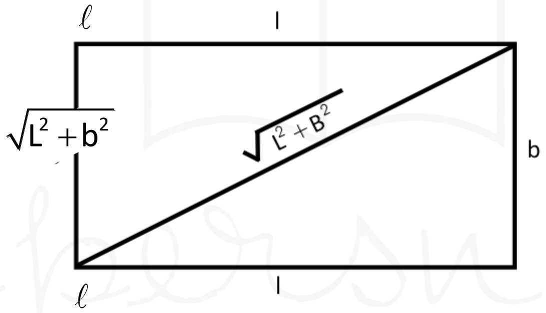



- यदि किसी वर्ग के बाहर वृत्त बनाया जाता है
  वृत्त का व्यास = वर्ग की विकर्ण
  $2r = \sqrt{2}\,a$
  $r = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$




**(2)** आयत

इसकी आमने सामने की भुजाएँ समान व प्रत्येक कोण, समकोण (90°) का होता है।

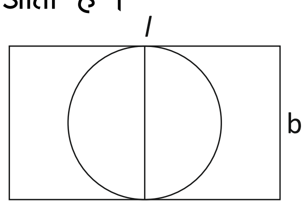



परिमाप = 2(लम्बाई + चौड़ाई)
= $2(\ell + b)$

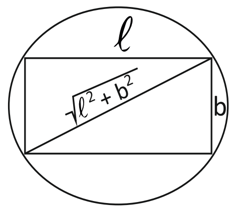
क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई
= $\ell \times b$

विकर्ण = $\sqrt{\ell^2 + b^2}$

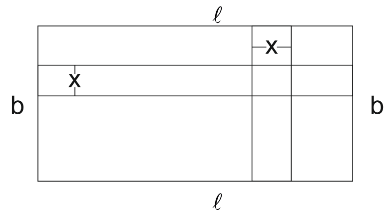
- यदि किसी आयत के अंतर्गत अधिकतम क्षेत्रफल का एक वृत्त बनाया जाता है।
  वृत्त का व्यास = आयत की चौड़ाई
  $2r = b$
  $r = b/2$




- यदि किसी आयत के परिगत अधिकतम क्षेत्रफल का वृत्त बनाया जाता है।
  वृत्त का व्यास = आयत का विकर्ण
  $2r = \sqrt{\ell^2 + b^2}$
  $r = \dfrac{\sqrt{\ell^2 + b^2}}{2}$



- यदि किसी आयत के अंतर्गत भुजाओ के समानान्तर समान चौडाई का रास्ता बनाया जाता है ।



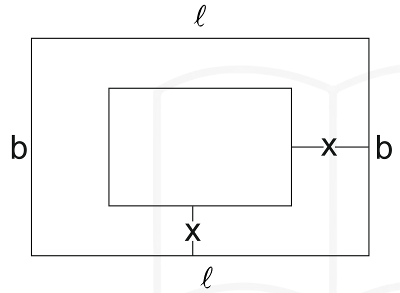

यदि लम्बाई के समानान्तर बनाया गया रास्ते का क्षेत्रफल = $\ell x$

चौडाई के समानान्तर बनाया गया रास्ते का क्षेत्रफल = $bx$

रास्ते का क्षेत्रफल $= lx + bx - x^2$

$= x(l + b - x)$

- यदि किसी आयत के अंतर्गत भुजाओं के चारो ओर समान चौडाई का रास्ता बनाया जाए




रास्ते का क्षेत्रफल = बडे आयत का क्षेत्रफल – छोटे आयत का क्षेत्रफल

$= \ell b - (\ell - 2x)(b - 2x)$

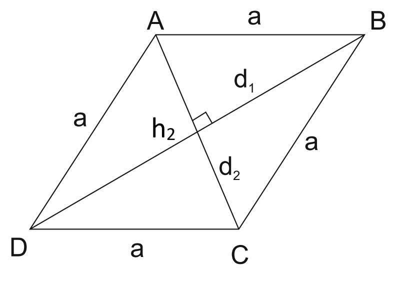
$= 2x(\ell + b - 2x)$

यदि रास्ता बाहर की ओर बनाया जाए तो रास्ते का क्षेत्रफल

$= 2x(\ell + b + 2x)$

**(3)** समचतुर्भुज

- ऐसा चतुर्भुज जिसकी चारो भुजाएँ समान होती हैं, परन्तु प्रत्येक कोण 90° नहीं होता है । इसके विकर्ण, समकोण पर समद्विभाजित करते हैं ।




परिमाप = 4a

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ विकर्णो का गुणनफल

समचतुर्भुज की भुजाएँ (a) $= \sqrt{\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{d_1^2 + d_2^2}$

क्षेत्रफल – जब भुजाएँ दे रखी हो तथा कोण (Angles) भी दे रखा हो तो –

क्षेत्रफल = भुजा × भुजा × $\sin\theta$

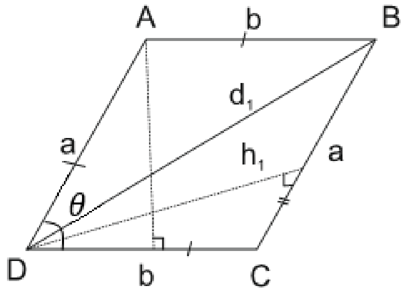
**(4)** समानान्तर चतुर्भुज

$$\begin{bmatrix} AB || CD \text{ एवं } AB = CD \\ AD || BC \text{ एवं } AD = BC \end{bmatrix}$$

आमने-सामने की भुजाएँ समान्तर होती है

परिमाप $= 2 \times$ (आसन्न भुजाओं का योग)

$= 2(a + b)$




क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई

$= a \times h_1$

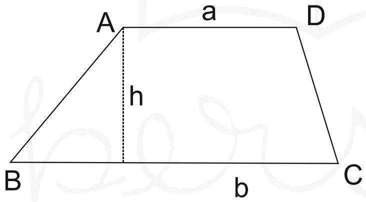
$= b \times h_2$

क्षेत्रफल $= ab \sin \theta$

विकर्ण $d_1 = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta}$

$$\boxed{\frac{d_1^2 + d_2^2}{2} = a^2 + b^2}$$

**(5)** समलम्ब चतुर्भुज



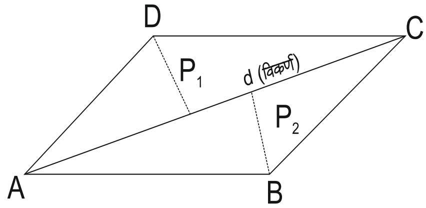

- इसमे विपरीत भुजाओ का एक जोडा समान्तर होता है ।

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ (समान्तर भुजाओ का योग) × बीच की दूरी

$= \frac{1}{2} \times h \times (a + b)$

<u>चतुर्भुज से संबंधित अन्य प्रमुख तथ्य</u>

- चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \Delta ADC$ का क्षेत्रफल $+ \Delta ABC$ का क्षेत्रफल




$= \frac{1}{2} \times d \times P_1 + \frac{1}{2} \times d \times P_2$

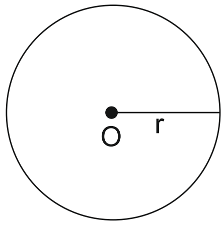
$= \frac{1}{2} d(P_1 + P_2)$

- यदि किसी चतुर्भुज की चारो भुजाएँ व एक विकर्ण दिया हुआ हो तो

चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)s}$

जहाँ $s = \frac{a+b+c+d}{d}$ {a, b, c, d चतुर्भुज की भुजाएँ हैं}

## वृत्त

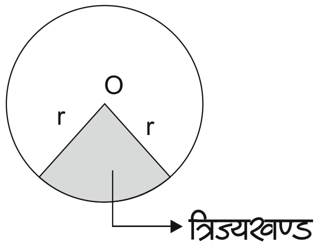



वृत्त की त्रिज्या = r

वृत्त का व्यास = 2 × त्रिज्या = 2r

परिधि = $2\pi r$

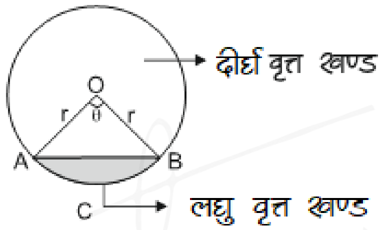
वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi r^2$




त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = $\pi r^2 \dfrac{\theta}{360^\circ}$

त्रिज्यखण्ड की परिधि = 2r + चाप की लंबाई

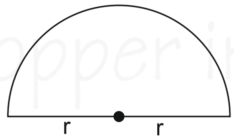
चाप की लंबाई = $2\pi r \dfrac{\theta}{360^\circ}$




लघु वृत्त खण्ड का क्षेत्रफल = त्रिज्य खण्ड $\Delta ACB$ का क्षेत्रफल – $\Delta OAB$ का क्षेत्रफल

$$= \boxed{\pi r^2 \frac{\theta}{360} - \frac{1}{2} r^2 \sin\theta}$$

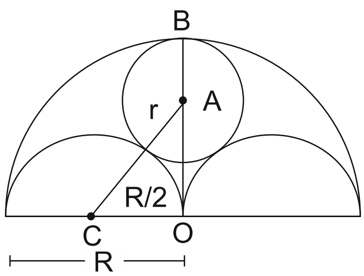
## अर्द्धवृत्त




अर्द्धवृत्त का परिमाप = $\pi r + 2r = r(\pi + 2)$

क्षेत्रफल = $\pi r^2 / 2$

- जब किसी अर्द्धवृत्त के अंदर दो अर्द्धवृत्त व एक वृत्त नीचे दिये गये चित्रानुसार बने हो तब –




AB = r

AO = R – r

OC = R/2

$\Delta AOC$ में

$AC^2 = OA^2 + OC^2$

$$\left(r + \frac{R}{2}\right)^2 = (R - r)^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2$$

$R^2 = 3Rr$

r = R/3

### क्षेत्रफल तथा परिमिति से संबंधित कुछ महत्वपूर्ण तथ्य

(1) यदि किसी समबाहु त्रिभुज की परिमिति, वर्ग की परिमिति एवं वृत्त की परिधि समान हो तो वृत्त का क्षेत्रफल सबसे अधिक होगा ।

वृत्त का क्षेत्रफल > वर्ग का क्षेत्रफल > समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल

(2) जब इनके क्षेत्रफल समान हो तब

समबाहु त्रिभुज की परिमिती > वर्ग की परिमिति > वृत्त की परिधि

(3) यदि किसी त्रिभुज या चतुर्भुज की प्रत्येक भुजा, वृत्त की त्रिज्या / व्यास या परिधि को n गुणा कर दिया जाए तो क्षेत्रफल $n^2$ गुणा हो जाएगा

क्षेत्रफल में प्रतिशत परिवर्तन $= (n^2 - 1) \times 100$

## घनाभ


- यह आकृति आयताकार रूप में होती है।

  $\ell$ = लंबाई, b = चौडाई, h = ऊँचाई

  संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(\ell b + bh + \ell h)$

  विकर्ण (d) $= \sqrt{\ell^2 + b^2 + h^2}$

  आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

  $= \ell bh$
- इसमें 6 पृष्ठ होते है व विपरीत पृष्ठ समान होते है।
- भुजाओं की संख्या = 12
- शीर्षो की संख्या = 8
- कमरे की चारो दीवारों का क्षेत्रफल = आधार की परिमिति × ऊँचाई

  $= \boxed{2(\ell + b) \times h}$
- यदि किसी डिब्बे या बक्से की क्षमता निकालनी हो तो

  क्षमता = आंतरिक आयतन

  $(\ell - 2x)(b - 2x)(h - 2x)$

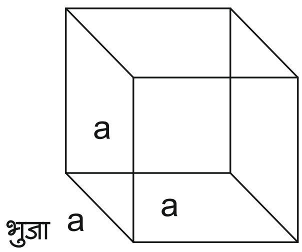
  जहाँ x = दीवार की मोटाई
- यदि डिब्बा खुला हुआ हो तो

  क्षमता $= (\ell - 2x)(b - 2x)(h - 2x)$

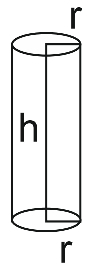
  धातु का आयतन = बाह्य आयतन − आंतरिक आयतन

## घन

- यह वर्गाकार रूप में होता है, प्रत्येक सतह एक वर्ग होती है।
- कुल पृष्ठ/सतह $\rightarrow 6$
- भुजाएँ $\rightarrow 12$
- शीर्ष $\rightarrow 8$
- घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 6a^2$
- विकर्ण $= \sqrt{3}a$
- आयतन = $(\text{भुजा})^3 = a^3$



## बेलन



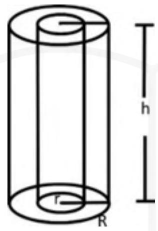

- बेलन की त्रिज्या r व ऊँचाई h हो तो
- बेलन के वक्र/पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi rh$
- संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh + 2\pi r^2$

  $= 2\pi r\,(h + r)$
- बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

## खोखला बेलन

- यह एक पाइप की तरह होता है ।

  जिसकी ऊँचाई h व अंतः व बाह्य त्रिज्याएँ क्रमशः r व R हो तो –




- खोखले बेलन का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल = बाह्य पार्श्व पृष्ठ + आंतरिक पार्श्व पृष्ठ

  $= 2\pi Rh + 2\pi rH$

  $= 2\pi h\,(R+r)$
- खोखले बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल + वृत्ताकार भाग का क्षेत्रफल

  $= 2\pi h\,(R+r) + 2\pi\,(R^2 - r^2)$
- खोखले बेलन का आयतन = खोखले बेलन को बनाने में लगे पदार्थ का आयतन

  $= \pi R^2 h - \pi r^2 h$

  $= \pi\,(R^2 - r^2)\,h$

## शंकु

यहाँ

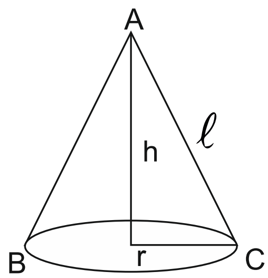
- h = शंकु की ऊँचाई
- $\ell$ = तिर्यक ऊँचाई
- r = त्रिज्या

  $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$

  वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi r \ell$

  संपूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल $= \pi r \ell + \pi r^2$

  शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

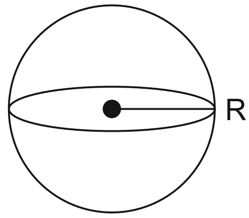


## गोला

वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल $= 4\pi R^2$

आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

खोखले गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi(R-x)^3$ {x - मोटाई}

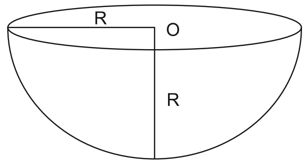



## अर्द्धगोला

वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi R^2$

संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 3\pi R^2$

आयतन $= \frac{2}{3}\pi R^3$




## त्रिभुजों के परिमाप एवं क्षेत्रफल पर आधारित

**Type 1 - विषम बाहु त्रिभुज**

उदा.1 8 सेमी, 6 सेमी और 4 सेमी भुजाओं वाले विषमबाहु त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए.

हल a = 8 cm b = 6 cm c = 4 cm

Also,

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

$$s = 9\ cm$$

Now formula for area is,

$$Area = \sqrt{[s \times (s - a) \times (s - b) \times (s - c)]}$$

$$Area = \sqrt{[9 \times (9 - 8) \times (9 - 6) \times (9 - 4)]}$$

$$= \sqrt{135} \qquad = 11.6\ cm^2$$

Therefore, the area of the scalene triangle will be 11.6 square cm.

उदा.2 एक विषमबाहु त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात (1/2): (1/3): (1/4) है। यदि परिमाप 52 सेमी है, तो सबसे छोटी भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

हल From the given information, the sides the triangle are

$x/2, x/3\ and\ x/4$

$Perimeter\ of\ the\ triangle = 52\ cm$

$(x/2) + (x/3) + (x/4) = 52$

$(6x + 4x + 3x)/12 = 52$

$13x/12 = 52$

$13x = 624$

$x = 48$

Then,

$$x/2 = 24$$

$$x/3 = 16$$

$$x/4 = 12$$

So, the length of smallest side is 12 cm.

**2nd Method**

परिमाप = a + b + c

a : b : c

$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$

12 : 8 : 6

6 : 4 : 3

a + b + c = $6x + 4x + 3x$

52 = $13x$

$x$ = 4

सबसे छोटी भुजा = 4 x 3 = 12 सेमी

**Type 2 - समबाहु त्रिभुज**

उदा.1 किसी समबाहु त्रिभुज की भुजा 6cm है। क्षेत्रफल ज्ञात करें ?

(a) $9\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (b) $6\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (c) $4\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (d) $8\sqrt{3}$ वर्ग सेमी

हल $Area\,\Delta = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 = 9\sqrt{3}$ वर्ग सेमी

उदा.2 एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $400\sqrt{3}$ वर्ग मीटर है, उसका (त्रिभुज) परिमाप है ?

(a) 120 m (b) 150 m (c) 90 m (d) 135 m

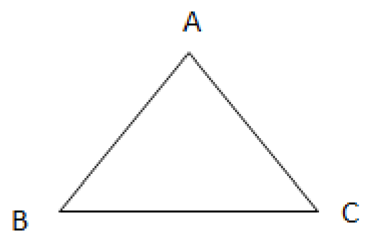
हल ∴ समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= 400\sqrt{3}$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}(side)^2 = 400\sqrt{3}$$

$$(side)^2 = \frac{400\sqrt{3} \times 4}{\sqrt{3}} = 1600$$

$side$ (भुजा) $= 40\ m$

$perimeter$ (परिमाप) $= 3 \times side = 3 \times 40 = 120\ m$



**Type 3 - समद्विबाहु त्रिभुज**

उदा.1 किसी समद्विबाहु त्रिभुज की दो भुजाएँ 15 सेमी. तथा 22 सेमी. हैं। परिमाप के सम्भव मान ज्ञात करें ?

(a) 52 or 59 (b) 52 or 60

(c) 15 or 37 (d) 37 or 29

हल तीसरी भुजा 15 अथवा 22 में कोई एक है।

संभावित परिमाप

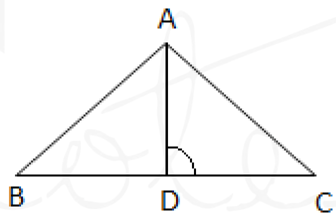
$15 \times 2 + 22 = 52$

तथा $22 \times 2 + 15 = 59$

उदा.2 किसी समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 544cm तथा प्रत्येक बराबर भुजा आधार का 5/6 है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें ?

(a) 38172 (b) 18372 (c) 31872 (d) 13872

हल $AB = AC = \frac{5}{6} BC$




$AB + BC + AC = 544$

$\frac{5}{6}BC + BC + \frac{5}{6} BC = 544$

$\frac{5BC + 6BC + 5BC}{6} = 544$

$\frac{16\,BC}{6} = 544$

$BC = \frac{544 \times 6}{16} = 204$

$\Rightarrow AB = AC = \frac{5}{6} \times 204 = 170$ सेमी

$\Delta$ ABC का क्षेत्रफल $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

$\therefore$ जहाँ a = समान भुजाएँ

B = आधार

$= \frac{204}{4}\sqrt{4(170)^2 - (204)^2}$

$= 51\sqrt{11560 - 41616}$

$= 51 \times \sqrt{73984}$

= 51 × 272

= 13872 सेमी$^2$

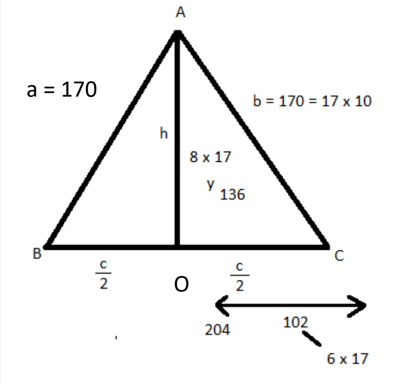
बराबर भुजा = आधार x $\frac{5}{6}$

(a : b : c;  a = b )

a : a : c

5n : 5n : 6n = 16n = 544  n = 34

a = 170, b = 170, c = 204




**M – I**

$$\frac{1}{2}\times B\times H=\frac{1}{2}\times 204\times 136=102\times 136=13{,}872 \text{ वर्ग सेमी}$$

**M – II**

$$S=\frac{\text{परिमाप}}{2}=\frac{544}{2}=272 \text{ सेमी}$$

$$A=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \qquad A=\sqrt{272\times 102\times 102\times 68}$$

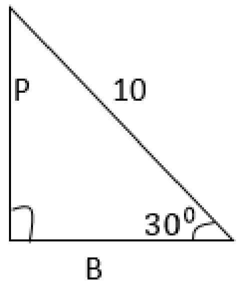
$$A=102\times 136 \qquad A=13{,}872 \text{ सेमी}$$

**Type 4 - समकोण त्रिभुज**

उदा.1 किसी समकोण त्रिभुज का एक कोण, दूसरे कोण का दो गुना है । यदि विकर्ण की लम्बाई 10 सेमी. हो, तब क्षेत्रफल ज्ञात करें ?

(a) $\frac{25}{2}\sqrt{3}$ सेमी$^2$ (b) 25 सेमी$^2$ (c) $25\sqrt{3}$ सेमी$^2$ (d) $\frac{75}{2}$ सेमी$^2$

हल दिए गए त्रिभुज के कोण 90°, 30° तथा 60° है




$$P=\frac{10}{2}=5$$
$$B=5\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow Area\ (\text{क्षेत्रफल}) = \frac{1}{2}\times 5\sqrt{3}\times 5=\frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ सेमी}^2$$

उदा.2 किसी त्रिभुज की भुजाऐं 16cm, 12 cm तथा 20 cm है । क्षेत्रफल ज्ञात करें ?

(a) 64 सेमी$^2$ (b) 112 सेमी$^2$ (c) 96 सेमी$^2$ (d) 81 सेमी$^2$

हल स्पष्टतः,

12 cm, 16 cm और 20 cm triplet बनाते हैं ।

| | | |
|---|---|---|
| $3$ | $4$ | $5 \rightarrow triplet$ |
| $\times 4$ | $\times 4$ | $\times 4$ |
| $12$ | $16$ | $20 \rightarrow triplet$ |

ये एक समकोण त्रिभुज बनाते हैं ।

त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96$ सेमी$^2$

## चतुर्भुजों के परिमाप तथा क्षेत्रफल पर आधारित

**Type 1 - वर्ग से सम्बंधित प्रश्न**

उदा.1 यदि किसी वर्ग के विकर्ण की लंबाई $6\sqrt{2}$ सेमी. है, तो इसका क्षेत्रफल कितना होगा ?

(a) $24\sqrt{2}$ सेमी$^2$ (b) 24 सेमी$^2$ (c) 36 सेमी$^2$ (d) 72 सेमी$^2$

हल वर्ग का विकर्ण $= 6\sqrt{2}$ सेमी

वर्ग की भुजा $= \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 6$ सेमी$^2$

वर्ग का क्षेत्रफल $= 6 \times 6 = 36$ सेमी$^2$

उदा.2 यदि वर्ग की भुजा $\frac{1}{2}(x+1)$ यूनिट हो और उसका विकर्ण $\frac{3-x}{\sqrt{2}}$ यूनिट हो, तो वर्ग की भुजा की लंबाई कितनी होगी ?

(a) $\frac{4}{3}$ इकाई (b) 1 इकाई (c) $\frac{1}{2}$ इकाई (d) 2 इकाई

हल (b)

वर्ग का विकर्ण $= \sqrt{2}$ (वर्ग की भुजा)

$Here\ a = \frac{1}{2}(x+1) and\ d = \frac{3-x}{\sqrt{2}}$

$\therefore d = \sqrt{2}\, a$

$\Rightarrow \frac{3-x}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\left[\frac{1}{2}(x+1)\right]$

$\therefore x = 1$ इकाई

**Type 2 - आयत से संबंधित प्रश्न**

उदा.1 एक आयत की लम्बाई और चौडाई में 23 मी. का अन्तर है, यदि आयत का परिमाप 206 मी. हो तो क्षेत्रफल क्या हैं ।

(a) 1520 मी$^2$ (b) 2420 मी$^2$ (c) 2480 मी$^2$ (d) 2520 मी$^2$

हल (d)

माना की चौडाई $= x$ मी.

$\therefore$ लम्बाई $= (23+x)$ मी.

$\Rightarrow 2(x+23+x) = 206$

$4x = 206 - 46$

$x = \frac{160}{4} = 40$ मी.

$\therefore length = 40 + 23 = 63$ मी.

$\therefore$ अभीष्ट क्षेत्रफल

$63 \times 40$

= 2520 मी$^2$

उदा.2 किसी आयत का क्षेत्रफल $(x^2 + 7x + 10)$ सेमी$^2$ है। उसका सम्भव परिमाप ज्ञात करें ?

(a) $(4x + 14)$ सेमी (b) $(2x + 14)$ सेमी (c) $(x + 14)$ सेमी (d) $(2x + 7)$ सेमी

हल (d)

$x^2 + 7x + 10 = x^2 + 5x + 2x + 10$

$= x(x + 5) + 2(x + 5)$

$= (x + 2)(x + 5)$

$\therefore$ आयत की दो भुजाएँ $= (x + 2)(x + 5)$

$\therefore Perimeter = 2(x + 2 + x + 5)$

$= 2(2x + 7) = 4x + 14$ सेमी

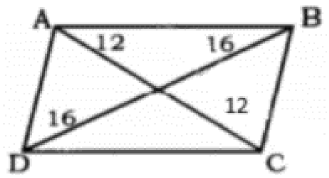
**Type 3 - समचतुर्भुज से सम्बंधित प्रश्न**

उदा.1 एक समचर्तुभुज के विकर्ण क्रमशः 32 सेमी. तथा 24 सेमी. है। तो समचर्तुभुज का परिमाप है।

(a) 80 cm (b) 72 cm (c) 68 cm (d) 64 cm

हल : (a)

समचतुर्भुज एक समानान्तर चतुर्भुज है जिसके विकर्ण 90° पर काटते है तथा जिसकी भुजाएँ बराबर होती है




$\therefore AB = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20\ cm =$ समचतुर्भुज की भुजा

$\therefore$ समचतुर्भुज का परिमाप $= 20 \times 4 = 80\ cm$

उदा.2 एक समचतुर्भुज का विकर्ण क्रमशः 8 मीटर और 6 मीटर है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ?

(a) 48 वर्ग मीटर (b) 24 वर्ग मीटर (c) 12 वर्ग मीटर (d) 96 वर्ग मीटर

हल (b)

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= (1/2) \times$ इसके विकर्णो का गुणनफल

$= (1/2) \times 8 \times 6 = 24$ वर्ग मीटर