



CAPF (AC)

ASSISTANT

COMMANDANT

CENTRAL ARMED POLICE FORCES (CAPF)

BSF/CRPF/ITBP/SSB/CISF

**UNION PUBLIC SERVICE
COMMISSION**

भाग - 7

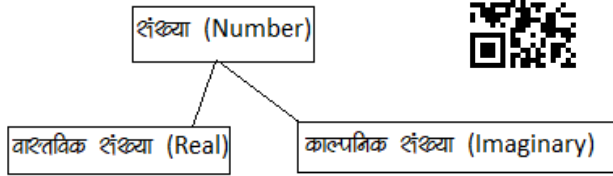
संख्यात्मक अभियोग्यता

CA PF

संख्यात्मक अभियोग्यता

विषय-सूची

संख्यात्मक अभियोग्यता		
क्र.सं.	अध्याय	पृष्ठ संख्या
1.	संख्या पद्धति	1
2.	शरलीकरण	20
3.	लघुतम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक	30
4.	अनुपात तथा समानुपात	39
5.	श्रौशत	51
6.	श्रायु	62
7.	प्रतिशतता	70
8.	लाभ - हानि	80
9.	मिश्रण	94
10.	शाधारण ब्याज	100
11.	चक्रवृद्धि ब्याज	111
12.	कार्य श्रौर समय	122
13.	पाइप श्रौर टंकी	144
14.	चाल, समय श्रौर दूरी	152
15.	नाव श्रौर धारा	173
16.	प्रायिकता	180
17.	क्रमचय श्रौर संचय	188
18.	क्षेत्रमिति	196
19.	श्राकडा निर्वचन	227



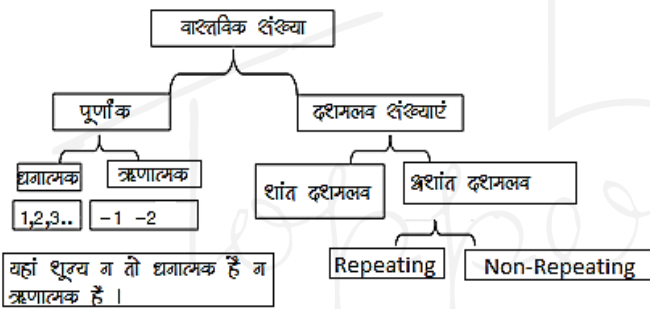
जिन्हें प्रदर्शित किया जा सकता है संख्या रेखा पर



❖ संमिश्र संख्याएँ Complex Number (z)-
वास्तविक + काल्पनिक

$$Z = a + ib$$

जहां a = वास्तविक संख्या
b = काल्पनिक संख्या



शांत दशमलव:-

वे संख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे- 0.25, 0.15, 0.375 इतने भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है।

ऋणांत दशमलव:- वे संख्याएँ जो दशमलव के बाद चलते रहते हैं। ये दो तरह के हो सकते हैं।

0.3333, 0.7777, 0.183183183.....

○ जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनंत तक इसे भिन्न में लिखा जा सकता है।

पुनरावृत्ति
Repeating

Non
Repeating
Decimal

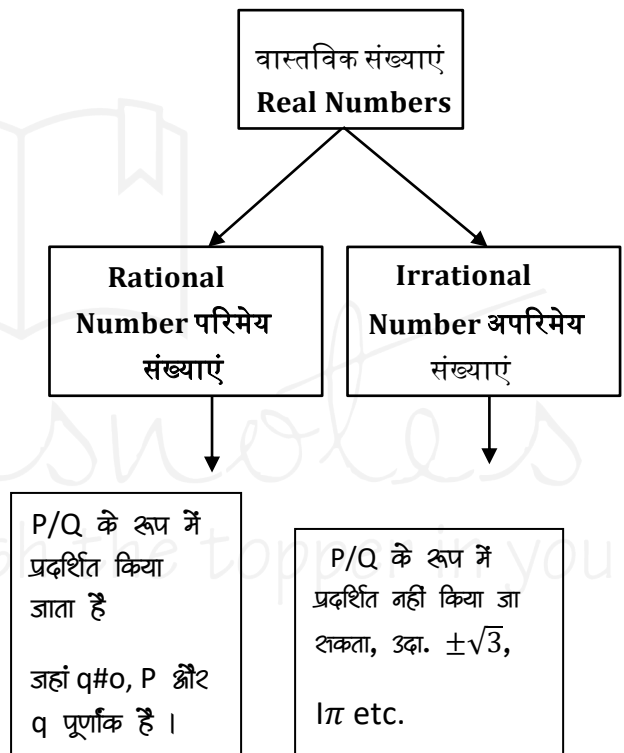
जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति (Repeat) नहीं करती।

उदाहरण- 0.3187098312715.....

$$\sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}, \pi$$

❖ ऋणांत पुनरावृत्ति दशमलव संख्याएँ :-

1. $0.3333..... = 0.\bar{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
2. $0.666..... = 0.\bar{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
3. $0.387387387..... = 0.\overline{387} = \frac{387}{999} = \frac{43}{111}$
4. $0.848484..... = 0.\overline{84} = \frac{84}{99} = \frac{28}{33}$



❖ परिमेय (Rational) संख्याएँ:- वह संख्याएँ जिन्हें P/ Q के रूप में लिखा जा सकता है लेकिन Q जहां शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए

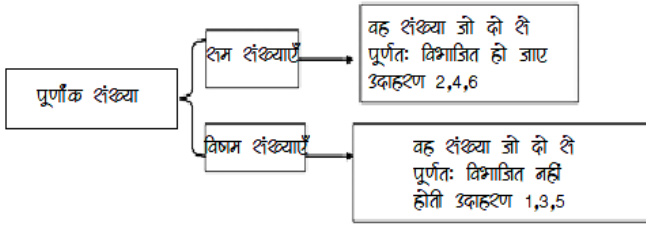
उदाहरण $2/3, 4/5, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$

❖ अपरिमेय (Irrational) संख्याएँ :- इन्हें P/ Q के रूप में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

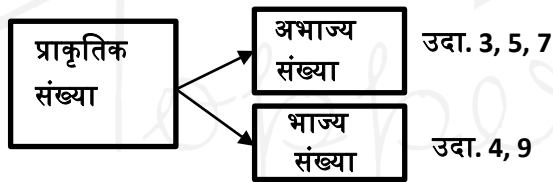
उदाहरण $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26} \dots$

संख्या पद्धति (Number System)

- ❖ प्राकृतिक संख्याएँ → धनात्मक संख्याएँ (1, 2, 3.....)
- ❖ पूर्ण संख्याएँ → शून्य+ धनात्मक पूर्णांक (0,1, 2, 3.....)



- शून्य भी सम संख्या है
 - ❖ सम ± सम → सम संख्या (4+6 → 10)
 - सम ± विषम → विषम संख्या (4+5 → 19)
 - विषम ± विषम → सम संख्या (3+5 → 8)
 - ❖ सम X विषम → सम संख्या (2X3 → 6)
 - ❖ सम X सम → सम संख्या (4X4 → 16)
 - ❖ विषम X विषम → विषम संख्या (3X3 → 9)



- अभाज्य संख्याएँ:- वह संख्या जो सिर्फ 1 व स्वयं संख्या से विभाजित होती है। जैसे- 5 = 1 × 5 (only गुणनखण्ड)
- भाज्य संख्याएँ:- जो संख्याएँ अभाज्य नहीं हैं यानि उनके दो से अधिक गुणनखण्ड होंगे। जैसे- 9 = 1×3×3 (तीन गुणनखण्ड)
- शून्य ना तो भाज्य ना ही अभाज्य संख्या होती है।
- अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers):- जिसके सिर्फ दो form हो- 1 × संख्या
जैसे- {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.....}
जहाँ 1 अभाज्य संख्याएँ नहीं हैं।
2 एकमात्र सम अभाज्य संख्या है।
3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का झकलौता जोडा है।
1-50 तक कुल 15 अभाज्य संख्याएँ हैं।
51-100 तक कुल 10 अभाज्य हैं।
अतः 1-100 तक कुल 25 अभाज्य हैं।
- सह अभाज्य संख्याएँ:- वे संख्याएँ जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

Ex. (4,9), (15, 22), (39, 40)

HCF = 1

- Perfect Number (परफेक्ट संख्या):- वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में स्वयं उस संख्या को छोड़कर)

Ex. 6 → 1, 2, 3 यहाँ → 1+2+3 → 6

28 → 1, 2, 4, 7, 14 → 1+2+4+7=14
28

- प्रत्यक्ष मान और स्थानीय मान:-

Ex. 24175321

यहाँ 7 → का प्रत्यक्ष मान → 7 होगा

स्थानीय मान → 70000 होगा

अंक के बाद जितनी अंकों की संख्या उतने शून्य रख दो।

इकाई का अंक (Unit Digit Method)

यदि किसी संख्या का इकाई का अंक निम्न है तो घात बड़ी होने पर इकाई का अंक होगा-

$$(__ 0)^n - 0$$

$$(__ 1)^n - 1$$

$$(__ 5)^n - 5$$

$$(__ 6)^n - 6$$

उदाहरण - $5^{420} + 6^{538}$

उत्तर :- $_____ (5+6) = _____ 1$ Unit digit

$$(__ 4)^n \quad n = \text{विषम संख्याएँ तब } 4 \text{ (इकाई)}$$

$$(__ 4)^n \quad n = \text{सम संख्याएँ तब } 6 \text{ (इकाई)}$$

$$(__ 9)^n \text{ जहाँ } (n = \text{विषम}) \rightarrow 9$$

$$(__ 9)^n \text{ जहाँ } (n = \text{सम}) \rightarrow 1$$

उदाहरण:- $(9)^{134} + (4)^{111} \rightarrow 1 + 4 = 5$ होगा

उत्तर -

$(2,3,7,8)^n$ इसमें चार तरह के उत्तर हो सकते हैं।

$$1. \frac{n}{4} = 1 \text{ शेषफल क्रमशः } (2,3,7,8)$$

संख्या पद्धति (Number System)

2. $\frac{n}{4} = 2$ शेषफल क्रमशः (4,9,9,9)
3. $\frac{n}{4} = 3$ शेषफल क्रमशः (8,7,3,2)
4. $\frac{n}{4} = 0$ शेषफल क्रमशः (6,1,1,6)

उदाहरण:-

$$(259)^{146} - (123)^{43}$$

$$(9)^{146} - (3)^{43}$$

$$1 - (3)^3$$

$$1 - 7 = -6 \quad \text{या} \quad -6 + 10 = 4 \text{ (unit digit)}$$

- भाज्यता के नियम:- निम्न संख्याओं से भाग देने पर पूर्ण जायेगा या नहीं
- 2 → जब संख्या का इकाई अंक 2 से पूर्ण भाजित हो तो संख्या भी 2 से पूर्ण विभाजित होती है।
 - 4 → आखिरी दो अंक 4 से विभाजित होनी चाहिए।
 - 8 → आखिरी तीन अंक 8 से विभाजित होने चाहिए।
 - 16 → आखिरी चार अंक 16 से विभाजित होने चाहिए।

उदाहरण:-

संख्या 28754, संख्या 2 से पूर्ण विभाजित है या नहीं-

उत्तर- 28754 में आखिरी अंक $= \frac{4}{2} =$ अतः 2 पूर्ण विभाजित है।

अतः संख्या 28754 भी पूर्ण विभाजित होगी।

3 → संख्या के सभी अंकों का योग 3 से पूर्ण विभाजित होना चाहिए।

9 → संख्या के सभी अंकों का योग 9 से पूर्ण विभाजित होना चाहिए।

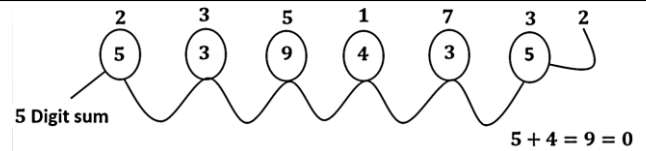
उदाहरण:-1

संख्या 2351732 को 9 से भाग करने पर शेषफल क्या होगा ?

उत्तर- $\frac{2351732}{9} \rightarrow$ Digit sum- $2 + 3 + 5 + 1$

$$+ 7 + 3 + 2 = \frac{23}{9} = 5 \text{ शेषफल}$$

Digit sum \rightarrow किसी संख्या के Digit (अंकों) को जोड़ना



5 \rightarrow आखिरी अंक 5 से पूर्ण विभाजित हो

6 \rightarrow 2×3 (सह भाज्य संख्या)

\rightarrow 2 से भाजकता का नियम देखता है
 \rightarrow 3 से भाजकता के नियम की जांच करता है।

उदाहरण:-

संख्या 2250, 18 से पूर्ण विभाजित होगी या नहीं जांच करी-

उत्तर - हम जानते हैं $18 \rightarrow 9 \times 2$

संख्या के अंकों का योग
9 से विभाजित हो

जब इकाई अंक 2 से विभाजित हो

अतः संख्या 2250, 18 से पूर्ण भाजित होगी।

➤ (7, 11, 13)

7, 11, 13 \rightarrow संख्या का पीछे से 3-3 का जोड़ना करेंगे फिर उन जोड़ों का अंतर 7, 11, 13 से विभाजित होना चाहिए या 0 होना चाहिए तो वे संख्याएँ 7, 11, 13 से विभाजित होंगी।

11 \rightarrow दी गयी संख्या में सम स्थान पर अंकों का जोड़, विषम स्थान पर अंकों के जोड़ का अंतर या तो 0 हो या 11 हो तो वह संख्या 11 से पूर्ण विभाजित होगी।

7 \rightarrow संख्या के आखिरी अंक को 3 गुणा कर के शेष संख्या से घटा देंगे, उत्तर अंतर 7 से विभाजित है तो संख्या भी होगी।

➤ यदि एक संख्या $467x893$ है जो 3 से पूर्ण विभाजित हो तो x का मान क्या हो सकता है-

3 के लिए:- हम जानते हैं कि संख्या के सभी अंकों का योग यदि 3 से भाज्य हो तो वह संख्या भी 3 से पूर्ण भाज्य होगी।

$$467x893$$

$$4+6+7+x+8+9+3 \rightarrow \frac{37+x}{3}$$

$$= \frac{1+x}{3} \text{ यहां } x \rightarrow 2, 5, 8 \text{ हो सकते हैं।}$$

संख्या पद्धति (Number System)

अतः x के मान संभव हैं- 2, 5, 8

➤ यदि संख्या $875x321$ 9 से पूर्ण विभाजित हो तो x का मान क्या हो सकता है-

$$875x321$$

$$\text{digit sum} \rightarrow \frac{8+x}{9} \rightarrow x \text{ के}$$

1 मान संभव है।

शेषफल प्रमेय

हम जानते हैं कि जब हम किसी संख्या में किसी संख्या का भाग लगाते हैं तो

$$\text{भाजक} \left(\begin{array}{c} \text{भाज्य} \\ \hline \text{शेषफल} \end{array} \right) \text{भागफल}$$

$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल}$$

उदाहरण:-

$$5 \left(\begin{array}{c} 51 \\ \hline 50 \\ \hline 1 \end{array} \right) 10$$

अतः $51 = 5 \times 10 + 1$ जहां 1 शेषफल है।

➤ शेषफल हमेशा भाजक से छोटा होता है।

$$\text{अगर } \frac{51}{5} \begin{cases} \rightarrow 5 \times 10 + 1 \text{ धनात्मक शेषफल} \\ \rightarrow 5 \times 11 - 4 \text{ ऋणात्मक शेषफल} \end{cases}$$

इसी प्रकार शेषफलों का जोडा

$$(1) \frac{70+40}{13} = 6 \text{ शेषफल या } \frac{70+40}{13} = (-7)/(6)$$

$$(-8)(1) \quad -8 -12 \quad (-7)/(6)$$

$$(2) \frac{70+40}{13} = -7/6 \text{ या } \frac{70+40}{13}$$

• शेषफलों का गुणा -

$$\frac{80 \times 105}{11} = \overset{(3)}{80} \times \overset{(6)}{105} = \frac{18}{11} = \overset{\text{शेषफल}}{7}$$

$$\frac{80 \times 105}{11} = \overset{(3)}{80} \times \overset{(-5)}{105} = \frac{-15}{11} = \overset{(7)}{7}$$

$$\frac{80 \times 105}{11} = \overset{-8}{80} \times \overset{-5}{105} = \frac{40}{11} = \overset{7}{7} \quad \overset{(-4)+11}{7}$$

$$\frac{80 \times 105}{11} = \overset{(-8)}{80} \times \overset{(6)}{105} = \frac{-48}{11} = -4 + \overset{(11)}{11} = \overset{(7)}{7}$$

❖ **Fermat Theorem:** $\frac{x^{p-1}}{p}$ जहां P एक prime number, (x,p) सह अभाज्य संख्याएं (Coprime number) $\frac{x^{p-1}}{p} = 1$ शेषफल, HCF (x,p)= 1

उदाहरण:-

$$\frac{30^{12}}{13} = \frac{x^{p-1}}{p} = 1 \text{ शेषफल}$$

$$\frac{64^{30}}{31} = 1 \text{ शेषफल होगा}$$

$$1. \frac{4^{2007}}{17} = \frac{(4^{16})^{125}}{17} \times 4^7$$

$$\frac{1 \times 4^7}{17} = \frac{4 \times 16 \times 16 \times 16}{17} = -4 \text{ या } 13$$

Type-II बड़ी घात को टुकड़ों में तोड़कर

$$\frac{ax+k^n}{a} = k^n \text{ (शेषफल)}$$

$$\frac{ax-k^n}{a} = (-k)^n \text{ (शेषफल)}$$

उदाहरण:-

$$1. \frac{(25)^9}{24} = \frac{(24+1)^9}{24} = 1^9 = \text{(शेषफल)}$$

$$2. \frac{(39)^{25}}{40} = \frac{(40-1)^{25}}{40} = (-1)^{25} = -1 \text{ शेषफल या } 39 \text{ होगा}$$

जैसे कि 7^{101} को 48 से विभाजित किया जाये तो शेषफल होगा-

$$\rightarrow \frac{(7)^{101}}{48} = \frac{(7^2)^{50.7}}{48}$$

$$= \frac{49^{50} \times 7}{48}$$

$$= \frac{1^{50.7}}{48} = 7 \text{ शेषफल}$$

Note $\frac{4^n}{6}$ format में हमेशा शेषफल 4 ही होगा, (n>0)

पूर्ण वर्ग संख्या:-



इकाई अंक जो वर्ग के हो सकते हैं -

जो नहीं हो सकते

- | | |
|-----------|---|
| ➤ 0 | 2 |
| ➤ 1 | 3 |
| ➤ 4 | 7 |
| ➤ 5 or 25 | 8 |
| ➤ 6 | |
| ➤ 9 | |

❖ किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे

नोट:- अतः सभी को 1-25 के वर्ग अवश्य याद होने चाहिए।

उदाहरण- कौनसी संख्या पूर्ण वर्ग होगी-

- 21904
- 22903
- 21917
- 35405

व्याख्या:- यहाँ इकाई अंक किसी भी वर्ग का 3, 7 नहीं हो सकता और वर्ग के अखिर में 5 आ सकता है लेकिन अकेला नहीं वह हमेशा 25 होगा।

अतः शेष विकल्प (1) सही होगा 21904 जो कि 148 का वर्ग है।

Q. 1 एक बगीचे में कुल 36562 गमले हैं उन गमलों की सजावट कर वर्ग बनाना है। तो बताइये इनमें

से कितने गमले हटाये जाये कि एक पूर्ण वर्ग बन जाए।

- (a) 36 (b) 65 (c) 81 (d) 97

उत्तर - 36562 में से

- 36 घटाने पर, 26 अखिर में आता है जो किसी भी वर्ग में नहीं होता।
- 65 घटाने पर, 97 जो किसी भी वर्ग में नहीं आता
- 81 घटाने पर, यही सही उत्तर होगा।
- 97 घटाने पर, 65 किसी के अखिर में नहीं आता 25 आता है हमेशा।

Q. 2 पूर्ण वर्ग संख्या कौनसी होगी -

- (A) 17343 - 3 किसी भी वर्ग के अंत में नहीं होता x
(B) 987235 - 5 से पहले हमेशा 2 होता है x
(C) 976366 - 6 से पहले हमेशा विषम संख्या होती है किसी वर्ग में x
(D) 106276 - यह सही होगी।

Binary and decimal में बदलना

Binary संख्या पद्धति Decimal संख्या पद्धति

B → D	1 11 "
0 → 0	2 12 "
1 → 1	3 13 "
10 → 2	4 14 "
11 → 3	5 15 "
100 → 4	6 16 "
101 → 5	7 17 "
110 → 6	8 18 "
111 → 7	9 19 "
1000 → 8	10 20 "
1001 → 9	
1010 → 10	

संख्या पद्धति (Number System)

Decimal से Binary में बदलना

(51) को Decimal से Binary में बदलना -

2	51	1	↑ Remain
2	25	1	
2	12	0	
2	6	0	
2	3	1	

$$= (110011)_2$$

Q. 1 101 को Binary संख्या पद्धति में प्रदर्शित कीजिए

2	101	1	↑
2	50	0	
2	25	1	
2	12	0	
2	6	0	
2	3	1	
	1		

$$= (1100101)_2$$

Binary से Decimal में बदलना -

दी गयी संख्या को इकाई शंक से 2^0 से बढ़ते क्रम में गुणा का योग करते हैं -

$$\text{जैसे - } (1100101)_2 \longrightarrow (?)_{10}$$

$$\text{यहां } (1100101)_2 \longrightarrow$$

$$= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

4th place 5th place 2nd place 1st place

$$= 64 + 32 + 0 + 0 + 4 + 0 + 1 = 101 \text{ Ans.}$$

$$\text{Q. 2 } (1101)_2 \longrightarrow (?)_{10}$$

$$= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 8 + 4 + 0 + 1 = 13$$

गणितीय शंक्रियाएँ



योगफल तथा अंतर पर आधारित

Q.1 यदि किसी संख्या में 21 को जोड़ा जाए, तो वह अपनी तिगुनी संख्या से 7 कम हो जाती है। तदनुसार वह संख्या कितनी है ?

- (a) 14 (b) 16
(c) 18 (d) 19

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना संख्याएँ x हैं

प्रश्नानुसार

$$3x - 7 = x + 21$$

$$3x - x = 21 + 7$$

$$2x = 28$$

$$x = \frac{28}{2} \Rightarrow 14$$

Q. 2 यदि किसी संख्या में $\frac{1}{2}$ जोड़ा दिया जाए और फिर उस योगफल को 3 से गुणा किया जाए, तो उत्तर 21 प्राप्त होता है। संख्या बताइए ?

- (a) 6.5 (b) 5.5
(c) 4.5 (d) -6.5

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना संख्याएँ x हैं

प्रश्नानुसार

$$\left(x + \frac{1}{2}\right) \times 3 = 21$$

$$\left(\frac{2x + 1}{2}\right) \times 3 = 21$$

$$2x + 1 = 7 \times 2$$

$$2x = 14 - 1 \Rightarrow 13$$

$$x = \frac{13}{2} \Rightarrow 6.5$$

Q.3 किसी संख्या का में 50% को 50 में जोड़ने पर वह उसी संख्या के बराबर हो जाता है। वह संख्या है-

- (a) 50 (b) 100

(c) 150

(d) 75

उत्तर - (b)

व्याख्या -

माना संख्याएँ x हैं

प्रश्नानुसार

$$x \text{ का } 50\% + 50 = x$$

$$x \times \frac{50}{100} + 50 = x$$

$$x - \frac{x}{2} = 50$$

$$\frac{x}{2} = 50$$

$$\therefore x = 100$$

Q. 4 दो शंकों वाली एक संख्या और उसके शंक उलट देने पर प्राप्त होने वाली संख्या का योग एक वर्ग संख्या है। तदनुसार इस प्रकार की कुल संख्याएँ कितनी हैं ?

(a) 5

(b) 6

(c) 7

(d) 8

उत्तर - (d)

व्याख्या -

माना दो शंकों वाली संख्या का इकाई शंक y तथा दहाई शंक x है।

$$\text{इसलिए संख्याएँ} = 1x + y$$

$$\text{संख्या के शंक उलटने पर बनी संख्या} = 10y + x$$

प्रश्नानुसार

$$(10x + y) = 10y + x = \text{वर्ग संख्याएँ}$$

$$11x + 11y = \text{वर्ग संख्या}$$

$$11(x + y) = \text{वर्ग संख्या}$$

यदि $x + y = 11$ रखा जाए तब प्राप्त संख्या, वर्ग संख्या होगी

$$\text{अतः } x + y = 11$$

यदि $x + y = 11$ तब इस प्रकार बनी कुल संख्याएँ निम्न हैं

$$x = 1, y = 10 \quad x = 10, y = 1$$

$$x = 2, y = 9 \quad x = 9, y = 2$$

$$x = 3, y = 8 \quad x = 8, y = 3$$

$$x = 4, y = 7 \quad x = 7, y = 4$$

$$x = 5, y = 6 \quad x = 6, y = 5$$

उपरोक्त प्रश्न के अनुसार, कुल 10 संख्याएँ बनती हैं परंतु प्रथम जोड़ा $x = 1, y = 10$ तथा $x = 1, y = 10$ प्रश्न की शर्तों को संतुष्ट नहीं करता है। अतः इस प्रकार बनी कुल संख्याएँ 8 होंगी जो निम्नलिखित होंगी- 29, 38, 47, 56 तथा 92, 83, 74, 65

Q. 5 यदि दो संख्याओं के योग का उन संख्याओं से अलग-अलग गुणा किया जाए, तो गुणनफल क्रमशः 247 तथा 114 आता है। तदनुसार उन संख्याओं का योगफल कितना है ?

(a) 19

(b) 20

(c) 21

(d) 23

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना संख्या x एवं y हैं।

तब पहली शर्त से-

$$x(x + y) = 247 \quad \dots\dots(i)$$

दूसरी शर्त से-

$$y(x + y) = 114$$

$$\text{या } (x + y) = \frac{114}{y} \quad \dots\dots(ii)$$

समीकरण (i) से $(x + y)$ का मान समीकरण

(ii) में रखने पर-

$$x \times \frac{114}{y} = 247$$

$$\frac{x}{y} = \frac{247}{114} = \frac{13}{6}$$

$$x + y = 13 + 6 = 19$$

गुणा पर आधारित संक्रियाएं

Q. 6 तीन संख्याओं का अनुपात 3 : 6 : 8 है। यदि उनका गुणनफल 9216 है, तो तीनों संख्याओं का योग क्या है ?

(a) 96

(b) 72

(c) 144

(d) 68

उत्तर - (d)

व्याख्या -

माना तीनों संख्याएं क्रमशः $3x, 6x$ एवं $8x$ हैं
 $\therefore 3x \times 6x \times 8x = 9216$

$$x^3 = \frac{9216}{144} \Rightarrow 64$$

$$x^3 = \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4} \Rightarrow 4$$

अतः तीनों समीकरणों का योग $= 3x + 6x + 8x = 17x$
 $= 17 \times 4 \Rightarrow 68$

Q.7 किसी संख्या का $\frac{4}{5}$ भाग उसके $\frac{3}{4}$ से 8 अधिक हो, तो संख्या क्या है ?

- (a) 130 (b) 120
(c) 160 (d) 150

उत्तर - (c)
व्याख्या -

माना संख्याएँ x हैं

प्रश्नानुसार

$$x \text{ का } \frac{4}{5} = x \text{ का } \frac{3}{4} + 8$$

$$\frac{4x}{5} = \frac{3x}{4} + 8$$

$$\frac{16x - 15x}{20} = 8$$

$$\therefore x = 20 \times 8 = 160$$

Q.8 दो संख्याओं का योग 75 है और उनका अंतर 25 है, तो उन दोनों संख्याओं का गुणनफल क्या होगा ?

- (a) 1350 (b) 1250
(c) 1000 (d) 125

उत्तर - (b)
व्याख्या -

माना बड़ी संख्या x तथा छोटी संख्या y है।

$$\therefore x + y = 75 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{तथा } x - y = 25 \dots \dots \dots (ii)$$

$2x = 100$ (समी. (i) एवं समी. (ii) को जोड़ने पर)

$$x = 50$$

x का मान समी. (i) में रखने पर

$$50 + y = 75$$

$$y = 75 - 50 = 25$$

$$\text{अतः दोनों संख्याओं का गुणनफल} = xy \\ = 50 \times 25 = 1250$$

भागफल पर आधारित संक्रियाएं

Q. 9 150 को दो हिस्सों में विभाजित करें, जिससे कि उन दोनों के पारस्परिक (reciprocal) का योग $3/112$ हो। दोनों हिस्सों की गणना करें-

- (a) 50, 90 (b) 70, 80
(c) 60, 90 (d) 50, 100

उत्तर - (b)

व्याख्या -

माना पहला हिस्सा x है, तो दूसरा हिस्सा $(150 - x)$ होगा

प्रश्नानुसार

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{150 - x} = \frac{3}{112}$$

$$\frac{150 - x + x}{x(150 - x)} = \frac{3}{112}$$

$$3x(150 - x) = 150 \times 112$$

$$150x - x^2 = \frac{150 \times 112}{3}$$

$$x^2 - 150x + 5600 = 0$$

$$x^2 - 70x - 80x + 5600 = 0$$

$$x(x - 70) - 80(x - 70) = 0$$

$$(x - 80)(x - 70) = 0$$

$$x = 80 \text{ या } 70$$

$$\text{यदि पहला हिस्सा} = 80 \text{ तथा दूसरा हिस्सा} = \\ 150 - 80 \Rightarrow 70$$

$$\text{यदि पहला हिस्सा} = 70 \text{ तब दूसरा हिस्सा} = \\ 150 - 70 \Rightarrow 80$$

Q. 10 $\frac{3.25 \times 3.25 + 1.75 \times 1.75 - 2 \times 3.25 \times 1.75}{3.25 \times 3.25 - 1.75 \times 1.75}$ को

सरल करने पर प्राप्त होता है-

- (a) 0.5 (b) 0.4
(c) 0.3 (d) 0.2

उत्तर - (c)
व्याख्या -

माना $a = 3.25$ तथा $b = 1.75$

$$= \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{a^2 - b^2}$$

$$= \frac{(a - b)^2}{(a + b)(a - b)}$$

$$= \frac{a - b}{a + b}$$

$$= \frac{3.25 - 1.75}{3.25 + 1.75}$$

$$= \frac{1.5}{5} = 0.3$$

Q. 11 यदि $1.5a = 0.04b$ हो, तो $\frac{b-a}{b+a}$ बराबर होगा-

- (a) $\frac{73}{77}$ (b) $\frac{77}{33}$
(c) $\frac{2}{75}$ (d) $\frac{75}{2}$

उत्तर - (a)
व्याख्या -

दिया है $1.5a = 0.04b$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{0.04}{1.5} = \frac{2}{75}$$

अतः $\frac{b-a}{b+a} = \frac{75-2}{75+2} = \frac{73}{77}$

Type 1

साधारण प्रश्न



Q. 1 60 तथा 80 के बीच आने वाली सभी अभाज्य संख्याओं का योग कितना है ?

- (a) 272 (b) 284
(c) 351 (d) 414

उत्तर - (c)
व्याख्या -

60 तथा 80 के बीच आने वाली सभी अभाज्य संख्याओं (Prime Numbers) का योग =
 $61 + 67 + 71 + 73 + 79 = 351$

Q.2 5 से विभाज्य तीन क्रमागत प्राकृत संख्याओं का योग 225 है। उनमें सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है ?

- (a) 85 (b) 75
(c) 70 (d) 80

उत्तर - (d)
व्याख्या -

माना तीन क्रमागत संख्याएं $x, x + 5, x + 10$ हैं

प्रश्नानुसार

$$x + x + 5 + x + 10 = 225$$

$$3x = 225 - 15$$

$$3x = 210$$

$$x = \frac{210}{3} = 70$$

$$\therefore \text{बड़ी संख्या} = x + 10 \\ = 70 + 10 \\ = 80$$

Q.3 5 क्रमिक विषम घनात्मक पूर्णांक का औसत 9 है उनमें से सबसे छोटा क्या है ?

- (a) 5 (b) 3
(c) 1 (d) 7

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना 5 क्रमिक विषम घनात्मक पूर्णांक $x, x + 2, x + 4, x + 6$ और $x + 8$ हैं।

प्रश्नानुसार

$$\frac{x + x + 2 + x + 4 + x + 6 + x + 8}{5} = 9$$

$$\therefore 5x + 20 = 45$$

$$\therefore 5x = 25$$

$$\therefore x = 5$$

\therefore सबसे छोटा घन पूर्णांक 5 है।

Q.4 सभी एक, दो तथा तीन अंकों वाली प्राकृतिक संख्याओं का औसत क्या है ?

- (a) 300 (b) 500
(c) 1000 (d) 1250

उत्तर - (b)

व्याख्या -

सभी 1 अंक, 2 अंक एवं 3 अंक की कुल संख्याएं 1, 2,....., 1, 12,....., 998, 999 होगी।

\therefore इन सभी संख्याओं का औसत

$$\frac{\text{प्रथम संख्या} + \text{अंतिम संख्या}}{2}$$

$$= \frac{1+999}{2} = \frac{1000}{2} = 500$$

Q.5 तीन क्रमागत पूर्णांकों का योग 51 है। बीच वाली संख्या क्या होगी ?

- (a) 14 (b) 15
(c) 16 (d) 17

उत्तर - (d)

व्याख्या -

माना तीन क्रमागत पूर्णांक क्रमशः $x, x + 1, x + 2$ हैं।

प्रश्नानुसार

$$x + x + 1 + x + 2 = 51$$

$$3x + 3 = 51$$

$$3x = 48$$

$$x = \frac{48}{3} = 16$$

$$\text{बीच वाली संख्या} = x + 1 = 16 + 1 = 17$$

Q.6 यदि तीन क्रमागत प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योगफल 110 हो, तो उनमें से सबसे छोटी प्राकृत संख्या होगी-

- (a) 8 (b) 6
(c) 7 (d) 5

उत्तर - (d)

व्याख्या -

माना तीन क्रमागत प्राकृतिक संख्याओं में सबसे छोटी प्राकृत संख्या a है।

\therefore प्रश्न से-

$$a^2 + (a + 1)^2 + (a + 2)^2 = 110$$

$$a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 = 110$$

$$3a^2 + 6a = 110 - 5$$

$$3a^2 + 6a = 105$$

$$a^2 + 2a - 35 = 0$$

$$a^2 + 7a - 5a - 35 = 0$$

$$(a + 7)(a - 5) = 0$$

यदि $a + 7 = 0$ तब $a = -7$ (जो संभव नहीं है)

अब $a - 5 = 0$ तब $a = 5$

Q.7 चार अंकों की वह सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है, जो पूर्ण वर्ग भी है ?

- (a) 9999 (b) 9909
(c) 9801 (d) 9081

उत्तर - (c)

व्याख्या -

दिए गए विकल्पों में 9801 एक पूर्ण वर्ग संख्या है, जो कि 99 का वर्ग है, जबकि अन्य सभी संख्याएं पूर्ण वर्ग संख्याएं नहीं हैं। इसलिए अभीष्ट उत्तर विकल्प (c) होगा।

Q.8 निम्नलिखित में से कौन-सा पूर्ण वर्ग का इकाई अंक नहीं हो सकता है ?

- (a) 4 (b) 6
(c) 8 (d) 9

उत्तर - (c)

व्याख्या -

यदि किसी संख्या का इकाई अंक 2, 3, 7 और 8 हो, तो वह पूर्ण वर्ग नहीं हो सकती है।

अतः दिए गए विकल्प (c) में 8 ऐसी संख्या है, जो पूर्ण वर्ग का इकाई अंक नहीं हो सकती है।

Q.9 एक संख्या अपने व्युत्क्रमानुपाती के 58 गुना से बड़ी है। वह संख्या कौन सी है ?

- (a) -8 (b) 12
(c) -12 (d) 8

उत्तर - (d)

व्याख्या- माना वह संख्या x है

प्रश्नानुसार

$$x - \frac{58}{x} = \frac{3}{4}$$

$$x^2 - 58 = \frac{3x}{4}$$

$$4x^2 - 3x - 58 \times 4 = 0$$

$$4x^2 - 32x + 29x - 58 \times 4 = 0$$

$$4x(x - 8) + 29(x - 8) = 0$$

$$(x - 8)(4x + 29) = 0$$

$$\rightarrow x - 8 = 0 \rightarrow 4x + 29 = 0$$

$$x = 8 \rightarrow x = -29/4$$

अतः विकल्प (d) सही उत्तर है।

Q.10 एक घनात्मक संख्या से 4 कम करने पर वह उसके व्युत्क्रम की 21 गुना के बराबर हो जाती है। वह संख्या क्या है?

- (a) 3 (b) 7
(c) 5 (d) 9

उत्तर - (b)

व्याख्या- माना घनात्मक संख्या x है।

प्रश्नानुसार

$$x - 4 = 21 \left(\frac{1}{x}\right)$$

$$x - 4 = \frac{21}{x}$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$x^2 - (7 - 3)x - 21 = 0$$

$$x^2 - 7x + 3x - 21 = 0$$

$$x(x - 7) + 3(x - 7) = 0$$

$$(x - 7)(x + 3) = 0$$

$$\text{या तो } x - 7 = 0 \text{ या } x + 3 = 0$$

$$\text{यदि } x - 7 = 0$$

$$\text{तब } x = 7$$

$$\text{यदि } x + 3 = 0$$

$$x = -3 \text{ (अमान्य)}$$

अतः संख्या 7 होगी।

Q.11 यदि एक संख्या और उसके व्युत्क्रम का योग 2 हो, तो वह संख्या कितनी होगी ?

- (a) 0 (b) 1
(c) -1 (d) 2

उत्तर - (b)

व्याख्या- माना संख्या x है।

प्रश्नानुसार

$$x + \frac{1}{x} = 2$$

$$\frac{x^2 + 1}{x} = 2$$

$$x^2 + 1 = 2x$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x^2 - x - x + 1 = 0$$

$$x(x - 1) - 1(x - 1) = 0$$

$$(x - 1)(x - 1) = 0$$

$$\text{संख्या } (x - 1) = 0$$

$$x = 1$$

अतः संख्या 1 है।

Q.12 एक कक्षा में छात्रों की संख्या 20% बढ़कर 66 हो जाती है, तो प्रारंभिक संख्या कितनी थी?

- (a) 45 (b) 50
(c) 55 (d) 60

उत्तर - (c)

व्याख्या- माना कक्षा में छात्रों की संख्या x है।

प्रश्नानुसार

$$x + x \text{ का } 20\% = 66$$

$$x + x \times \frac{20}{100} = 66$$

$$x + \frac{x}{5} = 66$$

$$\frac{5x + x}{5} = 66$$

$$6x = 330$$

$$x = \frac{330}{6} = 55$$

Q.13 तीन संख्याओं का योग 91 है। दूसरी संख्या पहली से $33\frac{1}{3}\%$ अधिक है और तीसरी संख्या पहली एवं दूसरी संख्याओं योग से 60% अधिक है। सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए।

- (a) 15 (b) 17
(c) 13 (d) 14

उत्तर- (a)

व्याख्या- माना पहली संख्या x है।

दूसरी संख्या = $x + x$ का $33\frac{1}{3}\%$

$$= x + x \times \frac{100}{3} \%$$

$$= x + x \times \frac{100}{3 \times 100}$$

$$= x + \frac{x}{3} \rightarrow \frac{4x}{3}$$

$$\text{तीसरी संख्या} = \left(x + \frac{4x}{3}\right) \times \frac{160}{100}$$

$$= \frac{7x}{3} \times \frac{8}{5} = \frac{56x}{15}$$

अब प्रश्न से

$$x + \frac{4x}{3} + \frac{56x}{15} = 91$$

$$15x + 20x + 56x = 91 \times 15$$

$$91x = 91 \times 15$$

$$x = 15$$

सबसे छोटी संख्या = 15

Q.14 ऐसी तीन क्रमिक संख्याएं ज्ञात कीजिए, जिनमें पहली का दोगुना, दूसरी का तीन गुना और तीसरी का चार गुना जोड़ने पर 191 हो जाता है।

- (a) 19,20,21 (b) 21,22,23

- (c) 20,21,22 (d) 22,23,24

उत्तर (c)

व्याख्या- माना क्रमिक संख्याएं क्रमशः $x, (x+1)$ एवं $(x+2)$ हैं।

अब प्रश्न से-

$$2x + 3(x+1) + 4(x+2) = 191$$

$$2x + 3x + 3 + 4x + 8 = 191$$

$$9x + 11 = 191$$

$$9x = 191 - 11$$

$$x = \frac{180}{9} = 20$$

संख्याएं क्रमशः- 20,21 एवं 22 होंगी।

Q.15 यदि किसी संख्या का तिगुना, इस संख्या के $\frac{3}{5}$ से 60 अधिक हो, तो वह संख्या है-

- (a) 25 (b) 35
(c) 45 (d) 60

उत्तर- (a)

व्याख्या- माना संख्या a है।

$$3a - \frac{3a}{5} = 60$$

$$\frac{15a - 3a}{5} = 60$$

$$12a = 60 \times 5$$

$$a = \frac{60 \times 5}{12} \rightarrow 25$$

Type 2

गुणनफल का इकाई

अंक निकालना



Q.16 1 से 200 के बीच ऐसी कितनी संख्याएं हैं, जो 3 से तो विभाजित होती हैं लेकिन 7 से नहीं ?

- (a) 38 (b) 45
(c) 57 (d) 66

उत्तर - (c)

व्याख्या -

1 से 200 तक 3 से विभाजित होने वाली संख्याएं- 3, 6, 9, 12, 15, 198

$$\therefore 198 = 3 + (n - 1) \cdot 3 \Rightarrow \frac{195}{3} = n - 1$$

$$\therefore n = 65 + 1 \Rightarrow$$

तथा 21 (3 एवं 7 का ल.सं.) से विभाजित होने वाली संख्याएं 21, 42, 63,189

$$\therefore 189 = 21 + (n' - 1) \cdot 21$$

$$(n' - 1) = \frac{168}{21} \Rightarrow 8$$

$$\therefore n' = 8 + 1 \Rightarrow 9$$

अतः सिर्फ 3 से विभाजित होने वाली संख्याएं, जो 7 से विभाजित नहीं हैं $= n - n' =$

$$66 - 9 = 57$$

Q.17 निम्नलिखित के गुणनफल में इकाई का अंक ज्ञात कीजिए -

$$756 \times 938 \times 872$$

- (a) 4 (b) 6
(c) 8 (d) 9

उत्तर - (b)
व्याख्या -

$$6 \times 8 \times 2 = 96 \text{ अतः गुणनफल में इकाई का अंक} \\ = 6$$

Q.18 निम्नलिखित के गुणनफल में इकाई का अंक ज्ञात कीजिए -

$$938 \times 845 \times 384 \times 212$$

- (a) 1 (b) 3
(c) 0 (d) 4

उत्तर - (c)

व्याख्या -

$$8 \times 5 \times 4 \times 2 = 320 \text{ अतः गुणनफल में इकाई का} \\ \text{अंक} = 0$$

Type 3

भाज्यता (2,4,8,16)



Q.19 यदि 18×4 , 4 से भाज्य हो तो * के स्थान पर छोटा से छोटा अंक क्या होगा ?

- (a) 1 (b) 2
(c) 0 (d) 3

उत्तर - (c)

व्याख्या -

$$*4 = 4 \text{ से भाज्य संख्या अतः } * \text{ का छोटा से छोटा} \\ \text{मान} = 0$$

Q.20 यदि $373P$, 4 से विभाजित है, तो P का मान क्या है ?

- (a) 2 (b) 6
(c) 2 या 6 (d) 4

उत्तर-(c)

व्याख्या-

$$\sqrt[4]{373P \sqrt{93}}$$

$$\frac{36}{13}$$

$$\frac{12}{1P}$$

स्पष्ट है संख्या 12 और 16,4 से विभाजित है। इसलिए P का मान 2 या 6 होगा।

Type 4

भाज्यता (3,9)



Q.21 1 से 200 के बीच ऐसी कितनी संख्याएं हैं, जो 3 से तो विभाजित होती हैं लेकिन 7 से नहीं ?

- (a) 38 (b) 45
(c) 57 (d) 66

उत्तर - (c)
व्याख्या -

1 से 200 तक 3 से विभाजित होने वाली संख्याएं -
3, 6, 9, 12, 15..... 198
 $\therefore 198 = 3 + (n - 1) \cdot 3 = \frac{195}{3} = n - 1$

$$\therefore n = 65 + 1 = 66$$

तथा 21 (3 एवं 7 का ल.स.) से विभाजित होने वाली संख्याएं -
21, 42, 63, 189

$$\therefore 189 = 21 + (n' - 1) \cdot 21$$

$\therefore n^1 = 11$
अतः 7 से विभाजित नहीं होने वाली संख्याएँ
 $n - n^1$
 $= 56 - 11 = 57$

Q.22 यदि 72×72 को 9 के द्वारा विभाजित किया जा सकता हो, तो लुप्त * का अंक कौन-सा होगा ?

- (a) 3 या 6 (b) 2 या 4
(c) 5 या 8 (d) 0 या 9

उत्तर - (d)
व्याख्या -

संख्या 9 से ऐसी संख्याएं विभाजित होंगी जिनके अंकों का योग संख्या 9 से विभाजित होगा।

$$\text{अर्थात् } 7 + 2 + * + 7 + 2 = 18 + *$$

अतः यदि * = 0 या 9 हो तो संख्या 9 से पूर्णतया विभाजित होगी।

Type 5

भाज्यता (5, 25, 125)



Q.23 3^{21} को 5 विभाजित करने पर शेषफल क्या होगा ?

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

उत्तर - (c)

व्याख्या -

$$3^{21} = 3^{16+5}$$

$$\text{अब } 3^5 = 243$$

अब 243 को 5 से भाग देने पर शेषफल 3 प्राप्त होता है। अतः 3^{21} को भी पांच से भाग देने पर शेषफल 3 प्राप्त होगा।

Q.24 जब 'n' को 5 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल 2 आता है। तदनुसार n^2 को 5 से विभाजित करने पर शेषफल कितना होगा ?

- (a) 2 (b) 3
(c) 1 (d) 4

उत्तर - (d)
व्याख्या -

माना $n = 7$ या 12

अतः प्रश्नानुसार $\frac{n}{5}$ या $\frac{7}{5}$ करने पर शेषफल 2 आता है

अतः $\frac{n^2}{5}$ करने पर

$$\frac{7^2}{5} = \frac{49}{5} = 9 \text{ भागफल तथा शेषफल } 4$$

तथा $n = 12$ रखने पर

$$\frac{n^2}{5} = \frac{144}{5}$$

$$= 28 \text{ भागफल तथा } 4 \text{ शेषफल}$$

Type 6

भाज्यता (अन्य संख्या)



Q.25 7251 को 66 से विभाजित करने पर प्राप्त होने वाला भागफल क्या है ?

- (a) 110 (b) 109
(c) 111 (d) 112

उत्तर - (b)
व्याख्या -

$$\begin{array}{r} 66 \overline{) 667251(109} \\ \underline{66} \\ 000 \\ \underline{651} \\ 000 \\ \underline{594} \\ 000 \\ \underline{57} \\ 000 \end{array}$$

इस प्रकार 7251 को 66 से विभाजित करने पर भागफल 109 तथा शेषफल 57 प्राप्त होगा अतः विकल्प (b) अभीष्ट होगा।

Q.26 यदि $46N$, 18 से विभाजित होती है, तो N का मान क्या होगा ?

- (a) 2 (b) 4
(c) 7 (d) 8

उत्तर - (d)
व्याख्या -

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 46N(26} \\ \underline{36} \\ 10 N \\ \underline{10} 8 \\ 0 \end{array}$$

अतः उपर्युक्त व्याख्या से स्पष्ट है कि दी हुई संख्या 18 से तभी विभाजित होगी जब N के स्थान पर 8 होगा।

अतः विकल्प (d) सही उत्तर है।

Q.27 8961 में कौनसी लघुतम संख्या जोड़ें कि वह 84 से पूर्णतः विभाज्य हो जाए ?

- (a) 27 (b) 57
(c) 141 (d) 107

उत्तर - (a)
व्याख्या -

8961 में 84 से भाग देने पर भागफल 106 तथा शेषफल 57 है। अब यदि भाजक में से शेषफल घटा दिया जाए तब वह लघुतम संख्या प्राप्त हो जाएगी।

$$\therefore 84 - 57 = 27$$

अतः 27 वह लघुतम संख्या है जिसे 8961 में जोड़ने पर वह 84 से पूर्णतः विभाज्य हो जाएगी।

Type 7

भाज्यता (7, 11, 13)



Q.28 3401 में से कौन-सी न्यूनतम संख्या घटाई जानी चाहिए, ताकि वह संख्या 11 से पूर्णतः विभाज्य हो ?

- (a) 3 (b) 1
(c) 2 (d) 0

उत्तर - (c)
व्याख्या -

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 3401(309} \\ \underline{33} \\ 01 \\ \underline{09} \\ 00 \end{array}$$

अतः घटाई जाने वाली अभीष्ट संख्या 2 होगी।

Q.29 यदि $56M4$, 11 से पूर्णतः विभाजित होता है, तो M का मान क्या है ?

- (a) 0 (b) 1
(c) 3 (d) 5

उत्तर - (d)