



SSC - MTS

मल्टी टास्किंग स्टाफ

STAFF SELECTION COMMISSION

भाग - 3

गणित



विषय सूची

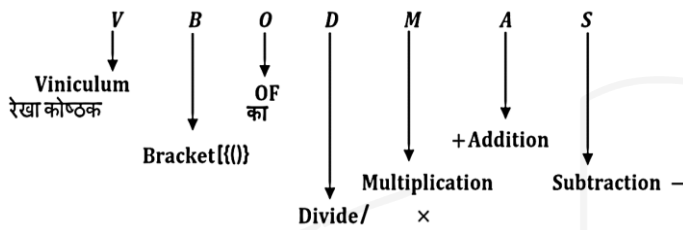
1.	शरलीकरण	1
2.	शंख्या पद्धति	11
3.	घातांक एवं कश्णी	30
4.	ल.श.प, म.श.प.	35
5.	श्रुनुपात - शमानुपात	44
6.	श्रुशत	56
7.	प्रतिशतता	67
8.	लाभ - हानि	77
9.	बट्टा	91
10.	मिश्रण	100
11.	कार्य श्रुशर समय	106
12.	पाइप श्रुशर टंकी	128
13.	चाल, समय श्रुशर दूरी	136
14.	नाव श्रुशर धारा	157
15.	शाधारण ब्याज	164
16.	चक्रवृद्धि ब्याज	175
17.	त्रिकोणमिति	186
18.	बीजगणित	194
19.	क्षेत्रमिति	199

20.	ज्यामिति	230
21.	डाटा इंट्रप्रिटेशन	253

सरलीकरण (Simplification)

सरलीकरण के अंतर्गत हम दिए गये श्रांकडों को सरल रूप में प्रदर्शित करते हैं जैसे कि श्रांकडे भिन्न में, दशमलव में, बट्टे में, घात में तथा Mathematical operation को हल करके या रूप बदल के किया जाता है।

- यदि कुछ संख्या पर भिन्न-भिन्न प्रकार के operation दिये हो तो हम उसे कैसे हल करे कि प्रश्न का उत्तर सही आये उसके लिये एक Rule होता है जिसे हम VBODMAS का Rule कहते हैं।
- हम पहले कौनसा operation करे यह VBODMAS का Rule तय करता है।



- इन सभी गणितीय क्रियाओं में सबसे पहले V है जिसका मतलब Viniculum (रेखा कोष्ठक) है। यदि प्रश्न में रेखा कोष्ठक है तो सर्वप्रथम उसे हल करेंगे और उसके बाद (BODMAS) Rule कार्य करेगा।
- द्वितीय स्थान पर B (Bracket) मतलब कोष्ठक है जो निम्न हो सकते हैं-
 1. छोटा कोष्ठक ()
 2. मंझला कोष्ठक { }
 3. बड़ा कोष्ठक []
- सबसे पहले छोटा कोष्ठक, फिर मंझला कोष्ठक और उसके बाद बड़ा कोष्ठक हल किया जाता है।
- तृतीय स्थान पर "O" है जो कि "of" या "order" से बना है, जिसका मतलब "गुणा" से या "का" से होता है।
- चतुर्थ स्थान पर "D" है जिसका मतलब "Division" है, दिए गये व्यंजन में भिन्न-भिन्न क्रियाओं में सबसे पहले भाग करते यदि दिया है तो।
- पंचम स्थान पर "m" है जिसका मतलब "multiplication" है, दिये गए व्यंजन में "Division" के बाद "multiplication" (गुणा) करेंगे।

- छठा स्थान "A" रखता है जो "Addition" (जोड़) से संबंधित है Division-multiplication के बाद Addition क्रिया होती है।
- सप्तम स्थान पर "S" है जो "Subtraction" घटाव से बना है, इस प्रकार भाग \Rightarrow गुणा \Rightarrow जोड़ \Rightarrow घटाव क्रिया क्रमशः घटित होती है।

उदाहरण $\Rightarrow 8 - [7 - \{6 - (5 - 4 - 1)\}]$ का मान क्या होगा-

- (A) 4 (B) 5
(C) 7 (D) 8

हल:-

यहां VBODMAS के अनुसार-

प्रथम चरण \Rightarrow रेखीय कोष्ठक $\Rightarrow 4 - 1 = 3$ होगा

द्वितीय चरण \Rightarrow छोटा कोष्ठक $\Rightarrow (5 - 3) = 2$ होगा

तृतीय चरण \Rightarrow मंझला कोष्ठक $\Rightarrow \{6 - 2\} = 4$ होगा

चतुर्थ चरण \Rightarrow बड़ा कोष्ठक $\Rightarrow [7 - 4] = 3$ होगा
शुब शेष है $\Rightarrow 8 - 3 = 5$

अतः विकल्प (B) सत्य होगा।

उदाहरण \Rightarrow सरल करे -

$$15 \times 12 + 16 \div 8 - 14 = ?$$

- (A) 172 (B) 180
(C) 168 (D) 165

हल:-

$$15 \times 12 + 16 \div 8 - 14$$

$$\text{I Step} \Rightarrow \text{Division} \Rightarrow 15 \times 12 + \boxed{16 \div 8} - 14 \\ = 15 \times 12 + 2 - 14$$

$$\text{II Step} \Rightarrow \text{Multiplication} \Rightarrow \boxed{15 \times 12} + 2 - 14 \\ = 180 + 2 - 14$$

$$\text{III Step} \Rightarrow \text{Addition} \Rightarrow \boxed{180 + 2} - 14$$

सरलीकरण (Simplification)

$$= 182-14$$

IV Step \Rightarrow Subtraction \Rightarrow 182-14

$$= 168$$

ऊतः विकल्प (C) शही हैं।

समांतर श्रेणी, गुणोत्तर श्रेणी, हरात्मक श्रेणी

समांतर श्रेणी:- संख्याओं की एक ऐसी सूची है जिसमें प्रत्येक पद अपने पूर्व पद में एक निश्चित संख्या जोड़ने पर प्राप्त होता है, को समांतर श्रेणी कहते हैं।

समांतर श्रेणी का n वाँ पद:-

$$a_n = a + (n-1)d$$

जहाँ n = पदों की संख्या

a = प्रथम पद

d = शार्व अंतर

समांतर श्रेणी के प्रथम n पदों का योग:-

$$1. S = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

जहाँ, S = समांतर श्रेणी के प्रथम n पदों का योग है।

a = समांतर श्रेणी का प्रथम पद है।

d = समांतर श्रेणी का शार्व अंतर है।

n = समांतर श्रेणी के पदों की संख्या है।

$$2. S = \frac{n}{2} (a+l)$$

L = समांतर श्रेणी का अंतिम पद L है।

उदाहरण: 1-

अनुक्रम 7, 10, 13..... का 10 वाँ पद ज्ञात कीजिए तथा सभी 10 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

$$(A) 34, 205$$

$$(B) 38, 306$$

$$(C) 37, 105$$

$$(D) 89, 30$$

$$\text{अंतर} - a_n = a + (n-1)d$$

यहाँ,

$$a = 7$$

$$n = 10$$

$$d = (10-7) = 3$$

$$a_{10} \Rightarrow 7 + (10-1) \times 3$$

$$\Rightarrow 7 + 27 = 34$$

इस श्रेणी के सभी 10 पदों का योग

$$S = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{10}{2} [2 \times 7 + (10-1) \times 3]$$

$$= 5 [14 + 27]$$

$$= 5 \times 41$$

$$= 205 \text{ Ans.}$$

गुणोत्तर श्रेणी:- संख्याओं की एक ऐसी श्रेणी जिसके किन्हीं दो क्रमागत पदों का अनुपात अचर (constant) हो। इस नियत संख्या को 'शार्व अनुपात' कहते हैं।

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}, ar^n$$

गुणोत्तर श्रेणी का n वाँ पद:-

$$a_n = ar^{n-1}$$

जहाँ n = पदों की संख्या

a = प्रथम पद

r = शार्व अनुपात

गुणोत्तर श्रेणी का n पदों का योग:-

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, \text{ when } r > 1$$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}, \text{ when } r < 1$$

जहाँ n = पदों की संख्या

सरलीकरण (Simplification)

a = प्रथम पद
r = शार्व श्रंतर

उदाहरण: 2-

गुणोत्तर श्रेणी 5, 10, 20, 40..... का 10 वां पद ज्ञात करें तथा सभी 10 पदों का योग ज्ञात करें।

- (A) 2560, 51115 (B) 2410, 6100
(C) 2420, 3540 (D) 2700, 5600

उत्तर - a = 5

$$\text{शार्वश्रनुपात (r)} = \frac{a_2}{a} = \frac{10}{5} = 2$$

गुणोत्तर श्रेणी का 10 वां पद

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$a_{10} = 5 \times 2^{(10-1)}$$

$$= 5 \times 2^9$$

$$= 5 \times 512 = 2560 \text{ Ans.}$$

गुणोत्तर श्रेणी के सभी 10 पदों का योग

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad r > 1$$

$$S_{10} = \frac{5(2^{10} - 1)}{2 - 1} = 5 \times 1023$$

$$= 5115 \text{ Ans.}$$

हरात्मक श्रेणी:- किसी समान्तर श्रेणी के पदों के व्युत्क्रम से बनी श्रेणी को हरात्मक श्रेणी कहते हैं।

$$= \frac{1}{a} \frac{1}{(a+d)} \frac{1}{(a+2d)} \frac{1}{(a+3d)} \dots \dots \dots \frac{1}{[a+(n-1)d]}$$

उदाहरण: 3-

हरात्मक श्रेणी $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \dots$ का 20 वां पद ज्ञात कीजिए।

- (A) $\frac{1}{42}$ (B) $\frac{1}{42}$
(C) $\frac{1}{36}$ (D) $\frac{1}{38}$

उत्तर -

यहाँ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8} =$ हरात्मक श्रेणी में है

तो 2, 4, 6, 8 = समान्तर श्रेणी में होगा

समान्तर श्रेणी का n वां पद

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a = 2, n = 20, d = 4 - 2 = 2$$

$$= a_{20} = 2 + (20-1) \times 2$$

$$= 2 + 38 = 40 \text{ Ans.}$$

$$\text{श्रत: } \frac{1}{a_{20}} = \frac{1}{40}$$

अभ्यास प्रश्न हल-सहित

Type - (1)



BODMAS पर आधारित प्रश्न

(1) $34 \div 17 \times 2 + 4$ का मान क्या है ?

- (a) 8 (b) 16
(c) 5 (d) 6

उत्तर - (a)

व्याख्या -

$$\begin{aligned} 34 \div 17 \times 2 + 4 &= \frac{34}{17} \times 2 + 4 \\ &= 2 \times 2 + 4 \\ &= 4 + 4 \Rightarrow 8 \end{aligned}$$

(2) $0.77777 + 0.7777 + 0.777 + 0.77 + 0.7 + 0.07$ के मान की गणना कीजिए ?

- (a) 3.86274 (b) 3.80247
(c) 3.85274 (d) 3.87247

उत्तर - (d)

व्याख्या -

$$\begin{aligned} &0.77777 + 0.7777 + 0.777 + 0.77 + 0.7 \\ &\quad + 0.07 \\ &= 7(0.11111 + 0.1111 + 0.111 + 0.11 \\ &\quad + 0.1 + 0.01) \\ &= 7(0.54321 + 0.01) \\ &= 7(0.55321) = 3.87247 \end{aligned}$$

(3) यदि $x[-2\{-4(-a)\}] + 5[-2\{-2(-a)\}] = 4a$, तो $x = ?$

- (a) -2 (b) -3
(c) -4 (d) -5

उत्तर - (b)

व्याख्या -

$$x[-2\{-4(-a)\}] + 5[-2\{-2(-a)\}] = 4a$$

$$x[-2 \times 4a] + [-20a] = 4a$$

$$x[-8a] - [20a] = 4a$$

$$-8ax = 20a + 4a$$

$$\therefore x = \frac{24a}{-8a} = -3$$

(4) $9 - [8 - \{7 - (6 - 1)\}]$ को सरल कीजिए

- (a) 6 (b) 1
(c) 7 (d) 3

उत्तर - (d)

व्याख्या -

$$\begin{aligned} &9 - [8 - \{7 - (6 - 1)\}] \\ &= 9 - [8 - \{7 - 5\}] \\ &= 9 - [8 - 2] \\ &= 9 - 6 = 3 \end{aligned}$$

(5) यदि $3^x - 3^{x-1} = 486$ तो x का मान क्या होगा ?

- (a) 9 (b) 5
(c) 6 (d) 7

उत्तर - (c)

व्याख्या -

$$3^x - 3^{x-1} = 486$$

$$3^x - \frac{3^x}{3} = 486$$

$$\frac{3^{x+1} - 3^x}{3} = 486$$

सरलीकरण (Simplification)

$$\frac{3^x(3-1)}{3} = 486$$

$$3^x \times \frac{2}{3} = 486$$

$$3^x = \frac{486 \times 3}{2} = 729$$

$$\text{या } 3^x = 3^6$$

घातों की तुलना करने पर

$$x = 6$$

(6) यदि $5\sqrt{5} \times 5^3 \div 5^{\frac{-3}{2}} = 5^{a+2}$ है तो, a का मान क्या है ?

- (a) 4 (b) 5
(c) 6 (d) 8

उत्तर - (a)

व्याख्या -

$$5\sqrt{5} \times 5^3 \div 5^{\frac{-3}{2}} = 5^{a+2}$$

$$\frac{5 \times 5^{\frac{1}{2}} \times 5^3}{5^{\frac{-3}{2}}} = 5^a \times 5^2$$

$$\therefore 5^a = \frac{(5)^{1+\frac{1}{2}+3}}{5^{\frac{-3}{2} \times 5^2}} = 5^{\frac{3}{2}+3+\frac{3}{2}-2} = 5^{3+1} = 5^4$$

$$\therefore 5^a = 5^4$$

घातों की तुलना करने पर $a = 4$

(7) यदि $5^{12} \times 125 \div 15625 = 3125 \times 25^?$ तो ? का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 4 (b) 3
(c) 2 (d) 1

उत्तर - (c)

व्याख्या -

$$5^{12} \times 125 \div 15625 = 3125 \times 25^? \\ = \frac{5^{12} \times 5^3}{5^6} = 5^5 \times (25)^?$$

$$\therefore 25^? = \frac{5^{12+3}}{5^6 \times 5^5} = \frac{5^{15}}{5^{11}}$$

$$25^? = 5^{15-11} = 5^4$$

$$25^? = (25)^2$$

दोनों पक्षों के आधार समान है इसलिए घातों भी समान होंगी। घातों की तुलना करने पर

$$\therefore ? = 2$$

(8) $34 \div 17 \times 2 + 4$ का मान क्या है ?

- (a) 8 (b) 16
(c) 5 (d) 6

उत्तर - (a)

व्याख्या-

$$34 \div 17 \times 2 + 4 = \frac{34}{17} \times 2 + 4 \\ = 2 \times 2 + 4 \\ = 4 + 4 = 8$$

Type – (2)

वर्गान्तर तथा वर्गमूल पर



आधारित प्रश्न

Square and Square root Table

Square	Square Root	Square	Square Root
$1^2 = 1$	$\sqrt{1} = 1$	$16^2 = 256$	$\sqrt{256} = 16$
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$	$17^2 = 289$	$\sqrt{289} = 17$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$	$18^2 = 324$	$\sqrt{324} = 18$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$	$19^2 = 361$	$\sqrt{361} = 19$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$	$20^2 = 400$	$\sqrt{400} = 20$
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$	$21^2 = 441$	$\sqrt{441} = 21$
$7^2 = 49$	$\sqrt{49} = 7$	$22^2 = 484$	$\sqrt{484} = 22$
$8^2 = 64$	$\sqrt{64} = 8$	$23^2 = 529$	$\sqrt{529} = 23$
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$	$24^2 = 576$	$\sqrt{576} = 24$
$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$	$25^2 = 625$	$\sqrt{625} = 25$
$11^2 = 121$	$\sqrt{121} = 11$	$26^2 = 676$	$\sqrt{676} = 26$
$12^2 = 144$	$\sqrt{144} = 12$	$27^2 = 729$	$\sqrt{729} = 27$
$13^2 = 169$	$\sqrt{169} = 13$	$28^2 = 784$	$\sqrt{784} = 28$
$14^2 = 196$	$\sqrt{196} = 14$	$29^2 = 841$	$\sqrt{841} = 29$
$15^2 = 225$	$\sqrt{225} = 15$	$30^2 = 900$	$\sqrt{900} = 30$

(9) यदि $3^{10} \times 27^2 = 9^2 \times 3^n$ हो, तो n का मान बताइए।

- (a) 10 (b) 12
(c) 15 (d) 30

उत्तर – (b)

व्याख्या –

दिया है

$$3^{10} \times 27^2 = 9^2 \times 3^n$$

$$3^{10} \times (3^3)^2 = (3^2)^2 \times 3^n$$

$$\frac{3^{10} \times 3^6}{3^4} = 3^n$$

$$3^{12} = 3^n$$

घातों की तुलना करने पर

$$n = 12$$

(10) निम्नलिखित प्रश्न में प्रश्न-चिन्ह (?) के स्थान पर क्या ज्ञाना चाहिए ?

$$31^{7.5} \div 31^{3/2} \times 31^{-3} = (\sqrt{31})^?$$

- (a) $9/2$ (b) 6
(c) $7/2$ (d) 4

उत्तर – (b)

व्याख्या –

$$31^{7.5} \div 31^{3/2} \times 31^{-3} = (\sqrt{31})^?$$

$$\frac{31^{7.5-3}}{31^{3/2}} = (\sqrt{31})^?$$

$$\frac{31^{4.5}}{31^{1.5}} = (\sqrt{31})^?$$

$$31^{4.5-1.5} = (\sqrt{31})^?$$

$$31^3 = (\sqrt{31})^?$$

$$(\sqrt{31})^6 = (\sqrt{31})^?$$

घातों की तुलना करने पर

$$? = 6$$

(11) यदि $(2^3)^2 = 4^x$ हो, तो 3^x किसके बराबर है ?

- (a) 3 (b) 6
(c) 9 (d) 27

उत्तर – (d)

व्याख्या –

दिया है

$$(2^3)^2 = 4^x$$

$$(8)^2 = 4^x$$

$$64 = 4^x$$

$$(4)^3 = 4^x$$

दोनों पक्षों की घातों की तुलना करने पर

$$x = 3$$

$$\therefore 3^x = 3^3$$

सरलीकरण (Simplification)

(12) $\frac{0.0324 - 0.0121}{0.07}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 0.29 (b) 0.25
(c) 0.30 (d) 0.32

उत्तर - (a)
व्याख्या -

$$\frac{0.0324 - 0.0121}{0.07} = \frac{(0.18)^2 - (0.11)^2}{0.07}$$

$$\frac{(0.18 - 0.11)(0.18 + 0.11)}{0.07} = \frac{0.07 \times 0.29}{0.07} \\ = 0.29$$

(13) $\frac{6.76 - 2.25}{1.1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 5.1 (b) 4.1
(c) 6.2 (d) 3.5

उत्तर - (b)
व्याख्या -

$$\frac{6.76 - 2.25}{1.1} = \frac{2.6^2 - 1.5^2}{1.1}$$

$$\frac{(2.6 - 1.5)(2.6 + 1.5)}{1.1} = \frac{1.1 \times 4.1}{1.1} = 4.1$$

Type - (3)

घनान्तर तथा घनमूल पर



आधारित प्रश्न

(14) $\left(\frac{8}{125}\right)^{-4/3}$ को सरलीकृत कीजिए।

- (a) $\frac{625}{16}$ (b) $\frac{625}{8}$
(c) $\frac{625}{32}$ (d) $\frac{16}{625}$

उत्तर - (a)

व्याख्या -

$$\left(\frac{8}{125}\right)^{-4/3} = \left\{\left(\frac{2}{5}\right)^3\right\}^{-4/3}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-4} = \frac{625}{16}$$

(15) $\frac{1.8 \times 1.8 \times 1.8 - 1.3 \times 1.3 \times 1.3}{1.8 \times 1.8 + 1.8 \times 1.3 + 1.3 \times 1.3}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 0.5 (b) 0.6
(c) 0.7 (d) 0.8

उत्तर - (a)

व्याख्या -

$$\frac{1.8 \times 1.8 \times 1.8 - 1.3 \times 1.3 \times 1.3}{1.8 \times 1.8 + 1.8 \times 1.3 + 1.3 \times 1.3}$$

$$= \frac{1.8^3 - 1.3^3}{1.8^2 + 1.8 \times 1.3 + 1.3^2}$$

$$= \frac{(1.8 - 1.3)(1.8^2 + 1.8 \times 1.3 + 1.3^2)}{(1.8^2 + 1.8 \times 1.3 + 1.3^2)}$$

$$1.8 - 1.3 = 0.5$$

सरलीकरण (Simplification)

(16) $(2.7^3 - 1.7^3) \div (2.7^2 + 2.7 \times 1.7 + 1.7^2)$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 2.0 (b) 0.5
(c) 1.0 (d) 0.7

उत्तर - (c)

व्याख्या -

$$(2.7^3 - 1.7^3) \div (2.7^2 + 2.7 \times 1.7 + 1.7^2)$$

$$= \frac{(2.7 - 1.7)(2.7^2 + 2.7 \times 1.7 + 1.7^2)}{(2.7^2 + 2.7 \times 1.7 + 1.7^2)}$$

$$= 2.7 - 1.7 = 1.0$$

(17) $0.008 + 0.027 - 0.125 + 0.09$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 1 (b) 5
(c) 2 (d) 0

उत्तर - (d)

व्याख्या -

$$\begin{aligned} 0.008 + 0.027 - 0.125 + 0.09 \\ = (0.2)^3 + (0.3)^3 + (-0.5)^3 \\ - 3 \times 0.2 \times 0.3 - 0.5 = 0 \end{aligned}$$

क्योंकि $0.2 + 0.3 + (-0.5) = 0$

Type - (4)

प्रतिशत तथा भिन्नों



पर आधारित

(18) $12\frac{1}{2} + 12\frac{1}{3} + 12\frac{1}{6}$ का मान क्या है ?

- (a) 36 (b) 37
(c) 39 (d) 38

उत्तर - (b)

व्याख्या -

$$\begin{aligned} 12\frac{1}{2} + 12\frac{1}{3} + 12\frac{1}{6} \\ = 3 \times 12 + \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right] \\ = 36 + \left[\frac{3 + 2 + 1}{6} \right] \\ = 36 + \frac{6}{6} = 36 + 1 = 37 \end{aligned}$$

(19) यदि $2^{x-1} + 2^{x+1} = 320$ तो x का मान है:

- (a) 5 (b) 7
(c) 6 (d) 8

उत्तर - (b)

व्याख्या -

दिया है

$2^{x-1} + 2^{x+1} = 320$ ($x - 1$ और $x + 1$ में 2 का अंतर होगा)

$$2^{x-1}(1 + 4) = 320$$

(कृत: 2^{x-1} common लेने पर)

$$2^{x-1} \cdot 5 = 320$$

$$2^{x-1} = 64$$

सरलीकरण (Simplification)

$$2^{x-1} = 2^6$$

घातांकों की तुलना करने पर

$$x - 1 = 6$$

$$x = 7$$

(20) यदि $3^{2x-y} = 3^{x+y} = \sqrt{27}$, तो 3^{x-y} का मान क्या होगा ?

(a) 3 (b) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

(c) $\sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{27}}$

उत्तर - (c)

व्याख्या -

$$3^{2x-y} = 3^{x+y} = \sqrt{27}$$

$$\therefore 3^{2x-y} = 3^{x+y} = 3 \times 3^{1/2}$$

$$3^{2x-y} = 3^{x+y} = 3^{3/2}$$

(घातों की तुलना करने पर)

$$2x - y = \frac{3}{2} \dots \dots \dots (i)$$

(\because आधार समान है, अतः घातों भी बराबर होंगी)

$$\text{तथा } x + y = \frac{3}{2} \dots \dots \dots (ii)$$

श्री. (i) एवं (ii) को जोड़ने पर

$$3x = 2 \times \frac{3}{2}$$

$$x = 1$$

x का मान श्रेणी. (ii) में रखने पर

$$1 + y = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2} - 1 \Rightarrow \frac{1}{2}$$

$$\therefore 3^{x-y} = 3^{1-\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \sqrt{3}$$

(21) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$ बराबर है-

(a) -576 (b) 576

(c) 376 (d) -288

उत्तर - (a)

व्याख्या -

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$$

$$= (2^{-1})^{-2} \times (3^{-1})^{-2} (4^{-1})^{-2}$$

$$= 2^2 \times 3^2 \times 4^2$$

$$= 576$$

(22) यदि $a = 2^{40}$, $b = 3^{30}$ तथा $c = 5^{20}$ हो, तो निम्न में कौन सही है ?

(a) $a < c < b$

(b) $a < b < c$

(c) $c < a < b$

(d) $b < c < a$

उत्तर - (a)

व्याख्या -

$$a = 2^{40} = 2^{8 \times 5} = (2^8)^5 = (256)^5$$

$$b = 3^{30} = 3^{6 \times 5} = (3^6)^5 = (729)^5$$

$$c = 5^{20} = 5^{4 \times 5} = (5^4)^5 = (625)^5$$

स्पष्ट है कि-

$$a < c < b$$

अतः विकल्प (a) सही है ।

(23) $3\frac{1}{2} - \left[2\frac{1}{4} \div \left\{1\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)\right\}\right]$ का मान कितना है ?

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $2\frac{1}{2}$

(c) $3\frac{1}{2}$ (d) $9\frac{1}{2}$

सरलीकरण (Simplification)

उत्तर-(a)

व्याख्या-

$$3\frac{1}{2} - \left[2\frac{1}{4} \div \left\{ 1\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) \right\} \right]$$

$$= \frac{7}{2} - \left[\frac{9}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) \right\} \right]$$

$$= \frac{7}{2} - \left[\frac{9}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \left(\frac{9-2-1}{6} \right) \right\} \right]$$

$$= \frac{7}{2} - \left[\frac{9}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{6}{6} \right\} \right]$$

$$= \frac{7}{2} - \left[\frac{9}{4} \div \left(\frac{5-2}{4} \right) \right]$$

$$= \frac{7}{2} - \left[\frac{9}{4} \div \frac{3}{4} \right]$$

$$= \frac{7}{2} - \left[\frac{9}{4} \times \frac{4}{3} \right]$$

$$= \frac{7}{2} - 3 \Rightarrow \frac{1}{2}$$

(24) $\frac{2}{5}$ के $\frac{1}{2} + \left(\frac{7}{8} \times \frac{4}{5}\right) - \left(\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}\right) + \frac{3}{4}$ का मान कितना होगा ?

(a) $\frac{43}{54}$

(b) $\frac{49}{60}$

(c) $\frac{45}{56}$

(d) $\frac{37}{48}$

उत्तर-(*)

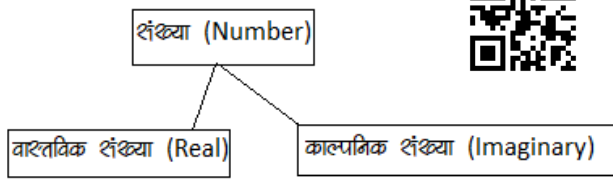
व्याख्या- $\frac{2}{5}$ के $\frac{1}{2} + \left(\frac{7}{8} \times \frac{4}{5}\right) - \left(\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}\right) + \frac{3}{4}$

$$= \frac{2}{5} \text{ के } \frac{1}{2} + \frac{7}{10} - \left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}\right) + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{7}{10} - \frac{5}{6} + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{7}{10} - \frac{5}{6} + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{12 + 42 - 50 + 45}{60} = \frac{49}{60}$$



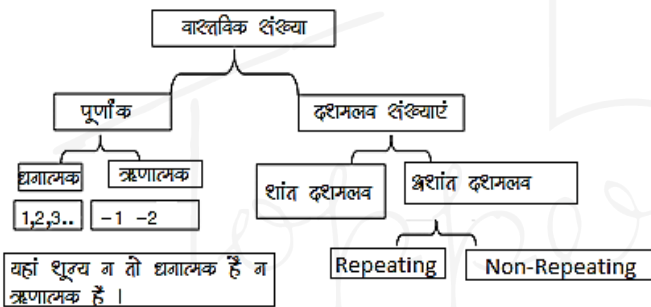
जिन्हें प्रदर्शित किया जा सकता है संख्या रेखा पर



❖ सम्मिश्र संख्याएँ Complex Number (z)-
वास्तविक + काल्पनिक

$$Z = a + ib$$

जहां a = वास्तविक संख्या
b = काल्पनिक संख्या



शांत दशमलव:-

वे संख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे- 0.25, 0.15, 0.375 इतने भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है।

अशांत दशमलव:- वे संख्याएँ जो दशमलव के बाद चलते रहते हैं। ये दो तरह के हो सकते हैं।

0.3333, 0.7777, 0.183183183.....

○ जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनंत तक इसे भिन्न में लिखा जा सकता है।

पुनरावृत्ति
Repeating

Non
Repeating
Decimal

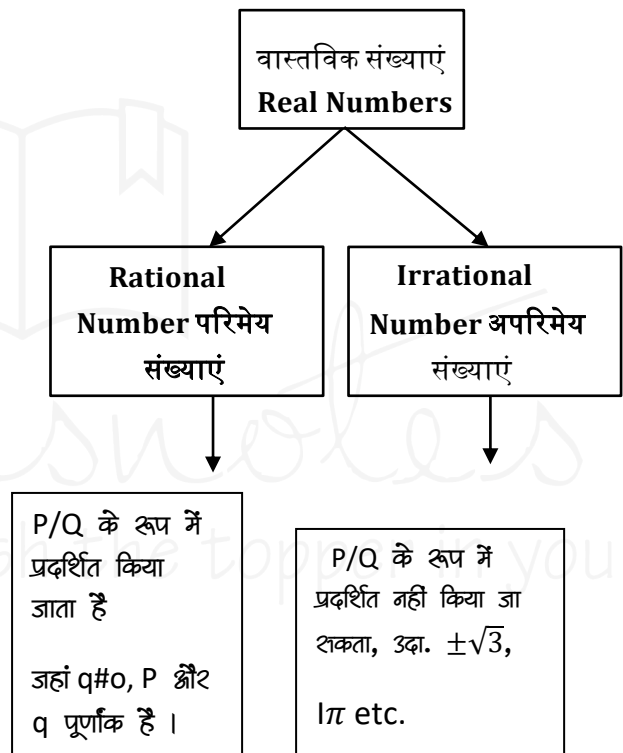
जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति (Repeat) नहीं करती।

उदाहरण- 0.3187098312715.....

$$\sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}, \pi$$

❖ अशांत पुनरावृत्ति दशमलव संख्याएँ :-

1. $0.3333..... = 0.\bar{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
2. $0.666..... = 0.\bar{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
3. $0.387387387..... = 0.\overline{387} = \frac{387}{999} = \frac{43}{111}$
4. $0.848484..... = 0.\overline{84} = \frac{84}{99} = \frac{28}{33}$



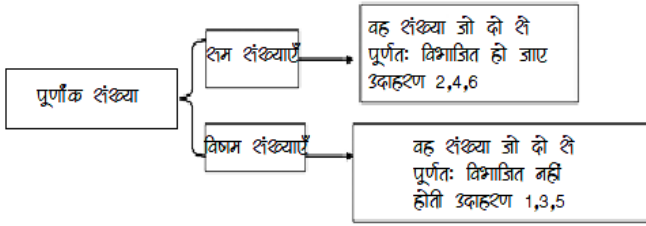
❖ परिमेय (Rational) संख्याएँ:- वह संख्याएँ जिन्हें P/ Q के रूप में लिखा जा सकता है लेकिन Q जहां शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए

उदाहरण $2/3, 4/5, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$

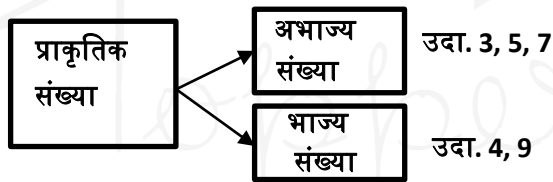
❖ अपरिमेय (Irrational) संख्याएँ :- इन्हें P/ Q के रूप में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

उदाहरण $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26} \dots$

- ❖ प्राकृतिक संख्याएँ → धनात्मक संख्याएँ (1, 2, 3.....)
- ❖ पूर्ण संख्याएँ → शून्य+ धनात्मक पूर्णांक (0,1, 2, 3.....)



- शून्य भी सम संख्या है
 - ❖ सम ± सम → सम संख्या (4+6 → 10)
 - सम ± विषम → विषम संख्या (4+5 → 19)
 - विषम ± विषम → सम संख्या (3+5 → 8)
 - ❖ सम × विषम → सम संख्या (2×3 → 6)
 - ❖ सम × सम → सम संख्या (4×4 → 16)
 - ❖ विषम × विषम → विषम संख्या (3×3 → 9)



- अभाज्य संख्याएँ:- वह संख्या जो सिर्फ 1 व स्वयं संख्या से विभाजित होती है। जैसे- 5 = 1 × 5 (only गुणनखण्ड)
- भाज्य संख्याएँ:- जो संख्याएँ अभाज्य नहीं हैं यानि उनके दो से अधिक गुणनखण्ड होंगे। जैसे- 9 = 1×3×3 (तीन गुणनखण्ड)
- शून्य ना तो भाज्य ना ही अभाज्य संख्या होती है।
- अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers):- जिसके सिर्फ दो form हो- 1 × संख्या
जैसे- {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.....}
जहाँ 1 अभाज्य संख्याएँ नहीं हैं।
2 एकमात्र सम अभाज्य संख्या है।
3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का झकलौता जोडा है।
1-50 तक कुल 15 अभाज्य संख्याएँ हैं।
51-100 तक कुल 10 अभाज्य हैं।
अतः 1-100 तक कुल 25 अभाज्य हैं।
- सह अभाज्य संख्याएँ:- वे संख्याएँ जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

Ex. (4,9), (15, 22), (39, 40)

HCF = 1

- Perfect Number (परफेक्ट संख्या):- वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में स्वयं उस संख्या को छोड़कर)

Ex. 6 → 1, 2, 3 यहाँ → 1+2+3 → 6

28 → 1, 2, 4, 7, 14 → 1+2+4+7 = 14

- प्रत्यक्ष मान और स्थानीय मान:-

Ex. 24175321

यहाँ 7 → का प्रत्यक्ष मान → 7 होगा

स्थानीय मान → 70000 होगा

अंक के बाद जितनी अंकों की संख्या उतने शून्य रख दो।

इकाई का अंक (Unit Digit Method)

यदि किसी संख्या का इकाई का अंक निम्न है तो घात बड़ी होने पर इकाई का अंक होगा-

$$(__ 0)^n - 0$$

$$(__ 1)^n - 1$$

$$(__ 5)^n - 5$$

$$(__ 6)^n - 6$$

उदाहरण - $5^{420} + 6^{538}$

उत्तर :- $_____ (5+6) = _____ 1$ Unit digit

$$(__ 4)^n \quad n = \text{विषम संख्याएँ तब } 4 \text{ (इकाई)}$$

$$(__ 4)^n \quad n = \text{सम संख्याएँ तब } 6 \text{ (इकाई)}$$

$$(__ 9)^n \text{ जहाँ } (n = \text{विषम}) \rightarrow 9$$

$$(__ 9)^n \text{ जहाँ } (n = \text{सम}) \rightarrow 1$$

उदाहरण:- $(9)^{134} + (4)^{111} \rightarrow 1 + 4 = 5$ होगा

उत्तर -

$(2,3,7,8)^n$ इसमें चार तरह के उत्तर हो सकते हैं।

$$1. \frac{n}{4} = 1 \text{ शेषफल क्रमशः } (2,3,7,8)$$

संख्या पद्धति (Number System)

2. $\frac{n}{4} = 2$ शेषफल क्रमशः (4,9,9,9)
3. $\frac{n}{4} = 3$ शेषफल क्रमशः (8,7,3,2)
4. $\frac{n}{4} = 0$ शेषफल क्रमशः (6,1,1,6)

उदाहरण:-

$$(259)^{146} - (123)^{43}$$

$$(9)^{146} - (3)^{43}$$

$$1 - (3)^3$$

$$1 - 7 = -6 \quad \text{या} \quad -6 + 10 = 4 \text{ (unit digit)}$$

- भाज्यता के नियम:- निम्न संख्याओं से भाग देने पर पूर्ण जायेगा या नहीं
- 2 → जब संख्या का इकाई अंक 2 से पूर्ण भाजित हो तो संख्या भी 2 से पूर्ण विभाजित होती है।
 - 4 → आखिरी दो अंक 4 से विभाजित होनी चाहिए।
 - 8 → आखिरी तीन अंक 8 से विभाजित होने चाहिए।
 - 16 → आखिरी चार अंक 16 से विभाजित होने चाहिए।

उदाहरण:-

संख्या 28754, संख्या 2 से पूर्ण विभाजित है या नहीं-

उत्तर- 28754 में आखिरी अंक $= \frac{4}{2} =$ अतः 2 पूर्ण विभाजित है।

अतः संख्या 28754 भी पूर्ण विभाजित होगी।

3 → संख्या के सभी अंकों का योग 3 से पूर्ण विभाजित होना चाहिए।

9 → संख्या के सभी अंकों का योग 9 से पूर्ण विभाजित होना चाहिए।

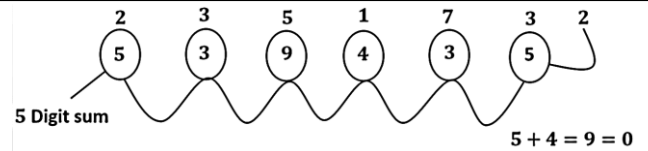
उदाहरण:-1

संख्या 2351732 को 9 से भाग करने पर शेषफल क्या होगा ?

उत्तर- $\frac{2351732}{9} \rightarrow$ Digit sum- $2 + 3 + 5 + 1$

$$+ 7 + 3 + 2 = \frac{23}{9} = 5 \text{ शेषफल}$$

Digit sum \rightarrow किसी संख्या के Digit (अंकों) को जोड़ना



5 \rightarrow आखिरी अंक 5 से पूर्ण विभाजित हो

6 \rightarrow 2×3 (सह भाज्य संख्या)

\rightarrow 2 से भाजकता का नियम देखता है
 \rightarrow 3 से भाजकता के नियम की जांच करता है।

उदाहरण:-

संख्या 2250, 18 से पूर्ण विभाजित होगी या नहीं जांच करी-

उत्तर - हम जानते हैं $18 \rightarrow 9 \times 2$

संख्या के अंकों का योग
9 से विभाजित हो

जब इकाई अंक 2 से विभाजित हो

अतः संख्या 2250, 18 से पूर्ण भाजित होगी।

➤ (7, 11, 13)

7, 11, 13 \rightarrow संख्या का पीछे से 3-3 का जोड़ना करेंगे फिर उन जोड़ों का अंतर 7, 11, 13 से विभाजित होना चाहिए या 0 होना चाहिए तो वे संख्याएँ 7, 11, 13 से विभाजित होंगी।

11 \rightarrow दी गयी संख्या में सम स्थान पर अंकों का जोड़, विषम स्थान पर अंकों के जोड़ का अंतर या तो 0 हो या 11 हो तो वह संख्या 11 से पूर्ण विभाजित होगी।

7 \rightarrow संख्या के आखिरी अंक को 3 गुणा कर के शेष संख्या से घटा देंगे, उत्तर अंतर 7 से विभाजित है तो संख्या भी होगी।

➤ यदि एक संख्या $467x893$ है जो 3 से पूर्ण विभाजित हो तो x का मान क्या हो सकता है-

3 के लिए:- हम जानते हैं कि संख्या के सभी अंकों का योग यदि 3 से भाज्य हो तो वह संख्या भी 3 से पूर्ण भाज्य होगी।

$$467x893$$

$$4+6+7+x+8+9+3 \rightarrow \frac{37+x}{3}$$

$$= \frac{1+x}{3} \text{ यहां } x \rightarrow 2, 5, 8 \text{ हो सकते हैं।}$$

संख्या पद्धति (Number System)

अतः x के मान संभव हैं- 2, 5, 8

➤ यदि संख्या $875x321$ 9 से पूर्ण विभाजित हो तो x का मान क्या हो सकता है-

$$875x321$$

$$\text{digit sum} \rightarrow \frac{8+x}{9} \rightarrow x \text{ के}$$

1 मान संभव है।

शेषफल प्रमेय

हम जानते हैं कि जब हम किसी संख्या में किसी संख्या का भाग लगाते हैं तो

$$\text{भाजक} \left(\begin{array}{c} \text{भाज्य} \\ \hline \text{शेषफल} \end{array} \right) \text{ भागफल}$$

$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल}$$

उदाहरण:-

$$5 \left(\begin{array}{c} 51 \\ \hline 50 \\ \hline 1 \end{array} \right) 10$$

अतः $51 = 5 \times 10 + 1$ जहां 1 शेषफल है।

➤ शेषफल हमेशा भाजक से छोटा होता है।

$$\begin{array}{l} \text{अगर } \frac{51}{5} \rightarrow 5 \times 10 + 1 \text{ धनात्मक शेषफल} \\ \rightarrow 5 \times 11 - 4 \text{ ऋणात्मक शेषफल} \end{array}$$

इसी प्रकार शेषफलों का जोडा

$$(1) \frac{70+40}{13} = 6 \text{ शेषफल या } \frac{70+40}{13} = (-7)/(6)$$

$$(-8)(1) \quad -8 -12 \quad (-7)/(6)$$

$$(2) \frac{70+40}{13} = -7/6 \text{ या } \frac{70+40}{13}$$

• शेषफलों का गुणा -

$$\frac{80 \times 105}{11} = \overset{(3)}{80} \times \overset{(6)}{105} = \frac{18}{11} = \overset{\text{शेषफल}}{7}$$

$$\frac{80 \times 105}{11} = \overset{(3)}{80} \times \overset{(-5)}{105} = \frac{-15}{11} = \overset{(7)}{7}$$

$$\frac{80 \times 105}{11} = \overset{-8}{80} \times \overset{-5}{105} = \frac{40}{11} = \overset{7}{7} \quad \overset{(-4)+11}{7}$$

$$\frac{80 \times 105}{11} = \overset{(-8)}{80} \times \overset{(6)}{105} = \frac{-48}{11} = -4 + \overset{(11)}{11} = \overset{(7)}{7}$$

❖ Fermat Theorem: $\frac{x^{p-1}}{p}$ जहां P एक prime number, (x,p) सह अभाज्य संख्याएं (Coprime number) $\frac{x^{p-1}}{p} = 1$ शेषफल, HCF (x,p)= 1

उदाहरण:-

$$\rightarrow \frac{30^{12}}{13} = \frac{x^{p-1}}{p} = 1 \text{ शेषफल}$$

$$\rightarrow \frac{64^{30}}{31} = 1 \text{ शेषफल होगा}$$

❖ 1. $\frac{4^{2007}}{17} = \frac{(4^{16})^{125}}{17} \times 4^7$

$$\frac{1 \times 4^7}{17} = \frac{4 \times 16 \times 16 \times 16}{17} = -4 \text{ या } 13$$

Type-II बड़ी घात को टुकड़ों में तोड़कर

$$\rightarrow \frac{ax+k^n}{a} = k^n \text{ (शेषफल)}$$

$$\rightarrow \frac{ax-k^n}{a} = (-k)^n \text{ (शेषफल)}$$

उदाहरण:-

$$1. \frac{(25)^9}{24} = \frac{(24+1)^9}{24} = 1^9 = \text{(शेषफल)}$$

$$2. \frac{(39)^{25}}{40} = \frac{(40-1)^{25}}{40} = (-1)^{25} = -1 \text{ शेषफल या } 39 \text{ होगा}$$

जैसे कि 7^{101} को 48 से विभाजित किया जाये तो शेषफल होगा-

$$\rightarrow \frac{(7)^{101}}{48} = \frac{(7^2)^{50.7}}{48}$$

$$= \frac{49^{50} \times 7}{48}$$

$$= \frac{1^{50.7}}{48} = 7 \text{ शेषफल}$$

Note $\frac{4^n}{6}$ format में हमेशा शेषफल 4 ही होगा, (n>0)

पूर्ण वर्ग संख्या:-



इकाई अंक जो वर्ग के हो सकते हैं -

जो नहीं हो सकते

- | | |
|-----------|---|
| ➤ 0 | 2 |
| ➤ 1 | 3 |
| ➤ 4 | 7 |
| ➤ 5 or 25 | 8 |
| ➤ 6 | |
| ➤ 9 | |

❖ किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे

नोट:- अतः सभी को 1-25 के वर्ग अवश्य याद होने चाहिए।

उदाहरण- कौनसी संख्या पूर्ण वर्ग होगी-

- 21904
- 22903
- 21917
- 35405

व्याख्या:- यहाँ इकाई अंक किसी भी वर्ग का 3, 7 नहीं हो सकता और वर्ग के अखिर में 5 आ सकता है लेकिन अकेला नहीं वह हमेशा 25 होगा।

अतः शेष विकल्प (1) सही होगा 21904 जो कि 148 का वर्ग है।

Q. 1 एक बगीचे में कुल 36562 गमले हैं उन गमलों की सजावट कर वर्ग बनाना है। तो बताइये इनमें

से कितने गमले हटाये जाये कि एक पूर्ण वर्ग बन जाए।

- (a) 36 (b) 65 (c) 81 (d) 97

उत्तर - 36562 में से

- (1) 36 घटाने पर, 26 अखिर में आता है जो किसी भी वर्ग में नहीं होता।
- (2) 65 घटाने पर, 97 जो किसी भी वर्ग में नहीं आता
- (3) 81 घटाने पर, यही सही उत्तर होगा।
- (4) 97 घटाने पर, 65 किसी के अखिर में नहीं आता 25 आता है हमेशा।

Q. 2 पूर्ण वर्ग संख्या कौनसी होगी -

- (A) 17343 - 3 किसी भी वर्ग के अंत में नहीं होता x
(B) 987235 - 5 से पहले हमेशा 2 होता है x
(C) 976366 - 6 से पहले हमेशा विषम संख्या होती है किसी वर्ग में x
(D) 106276 - यह सही होगी।

Binary and decimal में बदलना

Binary संख्या पद्धति Decimal संख्या पद्धति

B → D	1 11 "
0 → 0	2 12 "
1 → 1	3 13 "
10 → 2	4 14 "
11 → 3	5 15 "
100 → 4	6 16 "
101 → 5	7 17 "
110 → 6	8 18 "
111 → 7	9 19 "
1000 → 8	10 20 "
1001 → 9	
1010 → 10	