



IB – ACIO

Intelligence Bureau

Assistant Central Intelligence Officer

Ministry of Home Affairs

भाग – 6

गणित



विषय सूची

1. शरलीकरण	1
2. संख्या पद्धति	11
3. ल.श.प. एवम म.श.प.	27
4. प्रतिशतता	34
5. श्रौशत	40
6. शाङ्गेदारी	46
7. लाभ - हानि	50
8. बट्टा	57
9. मिश्रण	61
10. साधारण ब्याज	68
11. चक्रवृद्धि ब्याज	76
12. अनुपात - समानुपात	81
13. आयु	90
14. कार्य श्रौर समय	96
15. पाइप श्रौर टकी	105
16. चाल, समय श्रौर दूरी	110
17. नाव श्रौर धारा	124
18. द्विघात समीकरण	130
19. प्रायिकता	137
20. क्रमचय श्रौर शंचय	144
21. क्षेत्रमिति	152
22. ज्यामिति	170
23. संख्यात्मक श्रभियोग्यता	207
24. लघुगणक	219

सरलीकरण (Simplification)

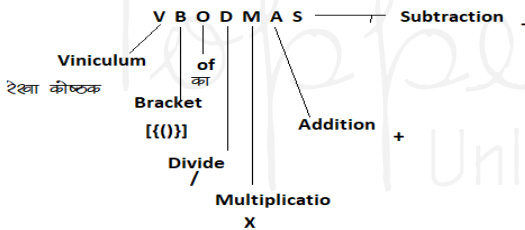
Type – (1)



BODMAS पर आधारित प्रश्न

सरलीकरण के अंतर्गत हम दिए गये आंकड़ों को सरल रूप में प्रदर्शित करते जैसे कि आंकड़े भिन्न में, दशमलव में, बट्टे में घात में तथा Mathematical operation को हल करके या रूप बदल के किया जाता है।

- यदि कुछ संख्या पर भिन्न-भिन्न प्रकार के operation दिये हो तो हम उसे कैसे हल करे की प्रश्न का उत्तर सही आये उसके लिये एक Rule होता है जिसे हम VBODMAS का Rule कहते हैं।
- हम पहले कौनसा operation को यह Vbodmas का Rule तय करता है।



- इन सभी गणितीय क्रियाओं में सबसे पहले V है जिसका मतलब Viniculum (रेखा कोष्ठक) है। यदि प्रश्न में रेखा कोष्ठक है तो सर्वप्रथम उसे हल करेंगे और उसके बाद (BODMAS) Rule कार्य करेंगे।
- द्वितीय स्थान पर B (Bracket) मतलब कोष्ठक है जो निम्न हो सकते हैं-
 1. छोटा कोष्ठक ()
 2. मंजला कोष्ठक { }
 3. बड़ा कोष्ठक []
- सबसे पहले छोटा कोष्ठक, फिर मंजला कोष्ठक और उसके बाद बड़ा कोष्ठक हल किया जाता है।
- तृतीय स्थान पर "O" है जो कि "of" या "order" से बना है, जिसका मतलब "गुणा" से या "का" से होता है।

- चतुर्थ स्थान पर "D" है जिसका मतलब Division है, दिए गये व्यंजन में भिन्न-भिन्न क्रियाओं में सबसे पहले भाग करते यदि दिया है तो।
- पंचम स्थान पर "m" है जिसका मतलब "multiplication" है, दिये गए व्यंजन में "Division" के बाद multiplication (गुणा) करेंगे।
- छठा स्थान "A" रखता है जो Addition (जोडा) से संबंधित है Division-multiplication के बाद Addition क्रिया होती है।
- सप्तम स्थान पर "S" है जो Subtraction से बना है, इस प्रकार भाग → गुणा → जोडा → घटाव → क्रिया क्रमशः घटित होती है।

उदाहरण → $8 - [7 - \{6 - (5 - 4 - 1)\}]$ का मान क्या होगा-

- (A) 4 (B) 5
(C) 7 (D) 8

हल:-

यहां VBODMAS के अनुसार-

- प्रथम चरण → रेखीय कोष्ठक → $4 - 1 = 3$ होगा
 द्वितीय चरण → छोटा कोष्ठक → $(5 - 3) = 2$ होगा
 तृतीय चरण → मंजला कोष्ठक → $\{6 - 2\} = 4$ होगा
 चतुर्थ चरण → बड़ा कोष्ठक → $[7 - 4] = 3$ होगा
 अब शेष है → $8 - 3 = 5$

अतः विकल्प (B) सत्य होगा।

उदाहरण → सरल करो-

$$15 \times 12 + 16 \div 8 - 14 = ?$$

- (A) 172 (B) 180
(C) 168 (D) 165

हल:-

$$15 \times 12 + 16 \div 8 - 14$$

I Step → Division → $15 \times 12 + \boxed{16 \div 8} - 14$

$$= 15 \times 12 + 2 - 14$$

II Step → Multiplication → $\boxed{15 \times 12} + 2 - 14$

$$= 180+2-14$$

III Step \rightarrow Addition \rightarrow $\boxed{180+2}$ -14

$$= 182-14$$

I Step \rightarrow Subtraction \rightarrow 182-14

$$= 168$$

अतः विकल्प (C) सही है।

(1) $34 \div 17 \times 2 + 4$ का मान क्या है ?

- (a) 8 (b) 16
(c) 5 (d) 6

उत्तर - (a)
व्याख्या -

$$\begin{aligned}
 34 \div 17 \times 2 + 4 &= \frac{34}{17} \times 2 + 4 \\
 &= 2 \times 2 + 4 \\
 &= 4 + 4 \Rightarrow 8
 \end{aligned}$$

(2) $0.77777 + 0.7777 + 0.777 + 0.77 + 0.7 + 0.07$ के मान की गणना कीजिए ?

- (a) 3.86274 (b) 3.80247
(c) 3.85274 (d) 3.87247

उत्तर - (d)

व्याख्या -

$$\begin{aligned}
 &0.77777 + 0.7777 + 0.777 + 0.77 + 0.7 \\
 &\quad + 0.07 \\
 &= 7(0.11111 + 0.1111 + 0.111 + 0.11 \\
 &\quad + 0.1 + 0.01) \\
 &= 7(0.54321 + 0.01) \\
 &= 7(0.55321) \Rightarrow 3.87247
 \end{aligned}$$

(3) यदि $x[-2\{-4(-a)\}] + 5[-2\{-2(-a)\}] = 4a$, तो $x = ?$

(a) -2

(b) -3

(c) -4

(d) -5

उत्तर - (b)

व्याख्या -

$$x[-2\{-4(-a)\}] + 5[-2\{-2(-a)\}] = 4a$$

$$x[[-2 \times 4a]] + [(-20a)] = 4a$$

$$x[(-8a)] - [20a] = 4a$$

$$-8ax = 20a + 4a$$

$$\therefore x = \frac{24a}{-8a} \Rightarrow -3$$

(4) $5^9 - [8 - \{7 - (6 - 1)\}]$ को सरल कीजिए।

- (a) 6 (b) 1
(c) 7 (d) 3

उत्तर - (d)

व्याख्या -

$$\begin{aligned}
 &9 - [8 - \{7 - (6 - 1)\}] \\
 &= 9 - [8 - \{7 - 5\}] \\
 &= 9 - [8 - 2] \\
 &= 9 - 6 = 3
 \end{aligned}$$

(5) 13 यदि $3^x - 3^{x-1} = 486$ को x के लिए हल कीजिए।

- (a) 9 (b) 5
(c) 6 (d) 7

उत्तर - (c)

व्याख्या -

$$3^x - 3^{x-1} = 486$$

$$3^x - \frac{3^x}{3} = 486$$

$$\frac{3^{x+1} - 3^x}{3} = 486$$

$$\frac{3^x(3-1)}{3} = 486$$

$$3^x \times \frac{2}{3} = 486$$

$$3^x = \frac{486 \times 3}{2} \Rightarrow 729$$

या $3^x = 3^6$

घातों की तुलना करने पर

$$x = 6$$

(6) यदि $5\sqrt{5} \times 5^3 \div 5^{\frac{-3}{2}} = 5^{a+2}$ है तो, a का मान क्या है ?

- (a) 4 (b) 5
(c) 6 (d) 8

उत्तर - (a)
व्याख्या -

$$5\sqrt{5} \times 5^3 \div 5^{\frac{-3}{2}} = 5^{a+2}$$

$$\frac{5 \times 5^{\frac{1}{2}} \times 5^3}{5^{\frac{-3}{2}}} = 5^a \times 5^2$$

$$\therefore 5^a = \frac{(5)^{1+\frac{1}{2}+3}}{5^{\frac{-3}{2} \times 5^2}} = 5^{\frac{3}{2}+3+\frac{3}{2}-2} = 5^{3+1} = 5^4$$

$$\therefore 5^a = 5^4$$

घातों की तुलना करने पर $a = 4$

(7) यदि $5^{12} \times 125 \div 15625 = 3125 \times 25^?$ में ? का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 4 (b) 3
(c) 2 (d) 1

उत्तर - (c)
व्याख्या -

$$5^{12} \times 125 \div 15625 = 3125 \times 25$$

$$= \frac{5^{12} \times 5^3}{5^6} = 5^5 \times (25)^?$$

$$\therefore 25^? = \frac{5^{12+3}}{5^6 \times 5^5} \Rightarrow \frac{5^{15}}{5^{11}}$$

$$25^? = 5^{15-11} \Rightarrow 5^4$$

$$25^? = (25)^2$$

दोनों पक्षों के आधार समान है इसलिए घातों भी समान होंगी। घातों की तुलना करने पर

$$\therefore ? = 2$$

Type - (2)

वर्गान्तर तथा वर्गमूल

आधारित प्रश्न



Square and Square Root Table

Square	Square Root	Square	Square Root
1 ² =1	√1=1	16 ² =256	√256=16
2 ² =4	√4=2	17 ² =289	√289=17
3 ² =9	√9=3	18 ² =324	√324=18
4 ² =16	√16=4	19 ² =361	√361=19
5 ² =25	√25=5	20 ² =400	√400=20
6 ² =36	√36=6	21 ² =441	√441=21
7 ² =49	√49=7	22 ² =484	√484=22
8 ² =64	√64=8	23 ² =529	√529=23
9 ² =81	√81=9	24 ² =576	√576=24
10 ² =100	√100=10	25 ² =625	√625=25
11 ² =121	√121=11	26 ² =676	√676=26
12 ² =144	√144=12	27 ² =729	√729=27
13 ² =169	√169=13	28 ² =784	√784=28
14 ² =196	√196=14	29 ² =841	√841=29
15 ² =225	√225=15	30 ² =900	√900=30

(8) यदि $3^{10} \times 27^2 = 9^2 \times 3^n$ हो, तो n का मान बताइए।

- (a) 10 (b) 12
(c) 15 (d) 30

उत्तर - (b)

व्याख्या -

दिया है

$$3^{10} \times 27^2 = 9^2 \times 3^n$$

$$3^{10} \times (3^3)^2 = (3^2)^2 \times 3^n$$

$$\frac{3^{10} \times 3^6}{3^4} = 3^n$$

$$3^{12} = 3^n$$

घातों की तुलना करने पर

$$n = 12$$

(9) निम्नलिखित प्रश्न में प्रश्न-चिन्ह (?) के स्थान पर क्या ज्ञाना चाहिए ?

$$31^{7.5} \div 31^{3/2} \times 31^{-3} = (\sqrt{31})^?$$

- (a) 9/2 (b) 6
(c) 7/2 (d) 4

उत्तर - (b)

व्याख्या -

$$31^{7.5} \div 31^{3/2} \times 31^{-3} = (\sqrt{31})^?$$

$$\frac{31^{7.5-3}}{31^{3/2}} = (\sqrt{31})^?$$

$$\frac{31^{4.5}}{31^{1.5}} = (\sqrt{31})^?$$

$$31^{4.5-1.5} = (\sqrt{31})^?$$

$$31^3 = (\sqrt{31})^?$$

$$(\sqrt{31})^6 = (\sqrt{31})^?$$

घातों की तुलना करने पर

$$? = 6$$

(10) यदि $(2^3)^2 = 4^x$ हो, तो 3^x किसके बराबर है ?

- (a) 3 (b) 6
(c) 9 (d) 27

उत्तर - (d)

व्याख्या -

दिया है

$$(2^3)^2 = 4^x$$

$$(8)^2 = 4^x$$

$$64 = 4^x$$

$$(4)^3 = 4^x$$

दोनों पक्षों के घातों की तुलना करने पर

$$x = 3$$

$$\therefore 3^x = 3^3$$

$$= 27$$

(11)
$$\frac{0.0324 - 0.0121}{0.07}$$

- (a) 0.29 (b) 0.25
(c) 0.30 (d) 0.32

उत्तर - (a)

व्याख्या -

$$= \frac{0.0324 - 0.0121}{0.07} = \frac{(0.18)^2 - (0.11)^2}{0.07}$$

$$\frac{(0.18 - 0.11)(0.18 + 0.11)}{0.07} = \frac{0.07 \times 0.29}{0.07}$$

$$= 0.29$$

(12)
$$\frac{6.76 - 2.25}{1.1}$$

- (a) 5.1 (b) 4.1
(c) 6.2 (d) 3.5

उत्तर - (b)

व्याख्या -

$$\frac{6.76-2.25}{1.1} = \frac{2.6^2-1.5^2}{1.1}$$

$$\frac{(2.6 - 1.5)(2.6 + 1.5)}{1.1} = \frac{1.1 \times 4.1}{1.1} = 4.1$$

Type – (3)

ज्ञानान्तर तथा वर्गमूल

आधारित प्रश्न

Cube of 1 to 20

$1^3 = 1 \qquad 11^3 = 1331$

$2^3 = 8 \qquad 12^3 = 1728$

$3^3 = 27 \qquad 13^3 = 2197$

$4^3 = 64 \qquad 14^3 = 2744$

$5^3 = 125 \qquad 15^3 = 3375$

$6^3 = 216 \qquad 16^3 = 4096$

$7^3 = 343 \qquad 17^3 = 4913$

$8^3 = 512 \qquad 18^3 = 5832$

$9^3 = 729 \qquad 19^3 = 6859$

$10^3 = 1000 \qquad 20^3 = 8000$

(13) यदि $\left(\frac{8}{125}\right)^{-4/3}$ को सरलीकृत कीजिए ।

- (a) $\frac{625}{16}$ (b) $\frac{625}{8}$
 (c) $\frac{625}{32}$ (d) $\frac{16}{625}$

उत्तर – (a)
 व्याख्या –

$$\left(\frac{8}{125}\right)^{-4/3} = \left\{\left(\frac{2}{5}\right)^3\right\}^{-4/3}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{2}\right)^4 \Rightarrow \frac{625}{16}$$

(14) $\frac{1.8 \times 1.8 \times 1.8 - 1.3 \times 1.3 \times 1.3}{1.8 \times 1.8 \times 1.8 \times 1.3 \times 1.3 \times 1.3}$

(a) 0.5

(b) 0.6

(c) 0.7

(d) 0.8

उत्तर – (a)

व्याख्या –

$$\frac{1.8 \times 1.8 \times 1.8 - 1.3 \times 1.3 \times 1.3}{1.8 \times 1.8 \times 1.8 \times 1.3 \times 1.3 \times 1.3}$$

$$\frac{1.8^3 - 1.3^3}{1.8^3 + 1.8 \times 1.3 + 1.3^2}$$

$$= \frac{(1.8 - 1.3)(1.8^2 + 1.8 \times 1.3 + 1.3^2)}{(1.8^2 + 1.8 \times 1.3 + 1.3^2)}$$

$$1.8 - 1.3 = 0.5$$

$$(15) (2.7^3 - 1.7^3) \div (2.7^2 + 2.7 \times 1.7 + 1.7^2)$$

(a) 2.0

(b) 0.5

(c) 1.0

(d) 0.7

उत्तर – (c)

व्याख्या –

$$(2.7^3 - 1.7^3) \div (2.7^2 + 2.7 \times 1.7 + 1.7^2)$$

$$\frac{(2.7 - 1.7)(2.7^2 + 2.7 \times 1.7 + 1.7^2)}{(2.7^2 + 2.7 \times 1.7 + 1.7^2)}$$

(16) $0.008 + 0.027 - 0.125 + 0.09$

(a) 1

(b) 5

(c) 2

(d) 0

उत्तर – (d)

व्याख्या –

$$\begin{aligned}
 &0.008 + 0.027 - 0.125 + 0.09 \\
 &= (0.2)^3 + (0.3)^3 + (-0.5)^3 \\
 &- 3 \times 0.2 \times 0.3 - 0.5 = 0
 \end{aligned}$$

क्योंकि $0.2 + 0.3 + (-0.5) = 0$

Type – (4)

प्रतिशत तथा भिन्नो



पर आधारित

- (17) $12\frac{1}{2} + 12\frac{1}{3} + 12\frac{1}{6}$ का मान क्या है ?
 (a) 36 (b) 37
 (c) 39 (d) 38

उत्तर - (b)
 व्याख्या -

$$\begin{aligned}
 &12\frac{1}{2} + 12\frac{1}{3} + 12\frac{1}{6} \\
 &= 3 \times 12 + \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right] \\
 &= 36 + \left[\frac{3 + 2 + 1}{6} \right] \\
 &= 36 + \frac{6}{6} = 36 + 1 \Rightarrow 37
 \end{aligned}$$

- (18) यदि $2^{x-1} + 2^{x+1} = 320$ तो x का मान है:
 (a) 5 (b) 7
 (c) 6 (d) 8

उत्तर - (b)
 व्याख्या -

दिया है

$$2^{x-1} + 2^{x+1} = 320 \quad (x - 1 \text{ और } x + 1 \text{ में } 2 \text{ का अंतर होगा})$$

$$2^{x-1}(1 + 4) = 320 \quad (\text{अतः } 2^{x-1} \text{ common लेने पर})$$

$$2^{x-1} \cdot 5 = 320$$

$$2^{x-1} = 64$$

$$2^{x-1} = 2^6$$

घातांकों की तुलना करने पर

$$x - 1 = 6$$

$$x = 7$$

- (19) यदि $3^{2x-y} = 3^{x+y} = \sqrt{27}$, तो 3^{x-y} का मान क्या होगा ?
 (a) 3 (b) $\frac{1}{\sqrt{7}}$
 (c) $\sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{27}}$

उत्तर - (c)
 व्याख्या -

$$3^{2x-y} = 3^{x+y} = \sqrt{27},$$

$$\therefore 3^{2x-y} = 3^{x+y} = 3 \times 3^{1/2}$$

$$3^{2x-y} = 3^{x+y} = 3^{3/2}$$

(घातों की तुलना करने पर)

$$2x - y = \frac{3}{2} \dots \dots \dots (i)$$

(\because आधार समान है, अतः घातों भी बराबर होंगी)

$$\text{तथा } x + y = \frac{3}{2} \dots \dots \dots (ii)$$

समी. (i) एवं (ii) को जोड़ने पर

$$3x = 2 \times \frac{3}{2}$$

$$x = 1$$

x का मान समी. (ii) में रखने पर

$$1 + y = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2} - 1 \Rightarrow \frac{1}{2}$$

$$\therefore 3^{x-y} = 3^{1-\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \sqrt{3}$$

- (20) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$ बराबर है-
 (a) -576 (b) 576
 (c) 376 (d) -288

उत्तर - (a)

व्याख्या -

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$$

$$= (2^{-1})^{-2} \times (3^{-1})^{-2} (4^{-1})^{-2}$$

$$= 2^2 \times 3^2 \times 4^2$$

$$= 576$$

(21) यदि $a = 2^{40}$, $b = 3^{30}$ तथा $c = 5^{20}$ हो, तो निम्न में कौन सही है ?

- (a) $a < c < b$
- (b) $a < b < c$
- (c) $c < a < b$
- (d) $b < c < a$

उत्तर - (a)

व्याख्या -

$$a = 2^{40} = 2^{8 \times 5} = (2^8)^5 = (256)^5$$

$$b = 3^{30} = 3^{6 \times 5} = (3^6)^5 = (729)^5$$

$$c = 5^{20} = 5^{4 \times 5} = (5^4)^5 = (625)^5$$

स्पष्ट है कि-

$$a < c < b$$

अतः विकल्प (a) सही है।

Type - (5)

समान्तर श्रेणी, गुणोत्तर श्रेणी, हरात्मक श्रेणी पर आधारित

समान्तर श्रेणी:- संख्याओं की एक ऐसी श्रृंखला है जिसमें प्रत्येक पद अपने पद में एक निश्चित संख्या जोड़ने पर प्राप्त होता है, को समान्तर श्रेणी कहते हैं।

समान्तर श्रेणी का n वाँ पद:-

$$a_n = a + (n-1) d$$

जहाँ n = पदों की संख्या

प्रथम पद = a

सार्व अंतर = d

समान्तर श्रेणी के प्रथम n पदों का योग:-

$$S = \frac{n}{2}(2a + (n-1) \times d)$$

जहाँ S = समान्तर श्रेणी के प्रथम n पदों का योग है।

a = समान्तर श्रेणी का प्रथम पद है।

d = समान्तर श्रेणी का सार्व अंतर है।

n = समान्तर श्रेणी के पदों की संख्या है।

प्रश्न: 22-

श्रृंखला 7, 10, 13..... का 10 वाँ पद ज्ञात कीजिए तथा सभी 10 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

- (A) 34, 205
- (B) 38, 306
- (C) 37, 105
- (D) 89, 30

$$a_n = a + (n-1) d$$

यहाँ,

$$a = 7$$

$$n = 10$$

$$d = (10-7) = 3$$

$$a_{10} \Rightarrow 7 + (10-1) \times 3$$

$$\Rightarrow 7 + 27 = 34$$

इस श्रेणी के सभी 10 पदों का योग

$$S = \frac{n}{2} [2a + (n-1) d]$$

$$= \frac{10}{2} [2 \times 7 + (10-1) \times 3]$$

$$= 5 [14 + 27]$$

$$= 5 \times 41$$

$$= 205 \text{ Ans.}$$

गुणोत्तर श्रेणी:- संख्याओं की एक ऐसी श्रेणी जिसके किन्हीं दो क्रमागत पदों का अनुपात अचर (constant) हो। इस नियत संख्या को 'सार्व अनुपात' कहते हैं।

$$\Rightarrow a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}, ar^n$$

गुणोत्तर श्रेणी का n वॉ पद:-

$$a_n = ar^{n-1}$$

जहाँ n = पदों की संख्या

a = प्रथम पद

r = सार्व अनुपात

गुणोत्तर श्रेणी का n पदों का योग:-

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{when } r > 1$$

$$S_n = an \quad \text{when } r = 1$$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{when } r < 1$$

जहाँ n = पदों की संख्या

a = प्रथम पद

r = सार्व अनुपात

प्रश्न: 23-

गुणोत्तर श्रेणी 5, 10, 20, 40..... का 10 वॉ पद ज्ञात करें तथा सभी 10 पदों का योग ज्ञात करें।

(A) 2560, 51115 (B) 2410, 6100

(C) 2420, 3540 (D) 2700, 5600

$$a = 5$$

$$\text{सार्व अनुपात (r)} \rightarrow \frac{a_2}{a} \rightarrow \frac{10}{5} = 2$$

गुणोत्तर श्रेणी का 10 वॉ पद

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$a_{10} = 5 \times 2^{(10-1)} = 3$$

$$\Rightarrow 5 \times 2^9$$

$$\Rightarrow 5 \times 512 = 2560 \text{ Ans.}$$

गुणोत्तर श्रेणी के सभी 10 पदों का योग

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad r > 1$$

$$S_{10} = \frac{5(2^{10} - 1)}{2 - 1} \rightarrow 5 \times 1023$$

$$\rightarrow 5115 \text{ Ans.}$$

हरात्मक श्रेणी:- किसी समांतर श्रेणी के पदों के व्युत्क्रम से बनी श्रेणी को हरात्मक श्रेणी कहते हैं।

$$\Rightarrow \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{(a+d)} \quad \frac{1}{(a+2d)} \quad \frac{1}{a(a+3)} \quad \dots \quad \frac{1}{(a+nd)}$$

प्रश्न: 24-

हरात्मक श्रेणी $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \dots$ का 20 वॉ पद ज्ञात कीजिए तथा 20 पदों का योग ज्ञात करें।

(A) 50, 220

(B) 40, 420

(C) 45, 370

(D) 105, 360

हल:-

$$\text{यहाँ } \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8} \rightarrow \text{हरात्मक श्रेणी में है}$$

$$\text{तो } 2, 4, 6, 8 \rightarrow \text{समांतर श्रेणी में होगा}$$

समांतर श्रेणी का n वॉ पद

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a = 2, n = 20, d \rightarrow 4 - 2 = 2$$

$$a_{20} = 2 + (20-1) \times 2 \quad \text{अतः } \frac{1}{a_{20}} = \frac{1}{40}$$

$$\rightarrow 2 + 38 = 40 \text{ Ans.}$$

समान्तर श्रेणी के n पदों का योग

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$$

$$a = 2, n = 20, d \rightarrow 4 - 2 = 2$$

$$\frac{20}{2} (2 \times 2 + (19) \times 2)$$

$$\rightarrow 10(4 + 38)$$

$$\rightarrow 420 \text{ Ans.}$$

Type 6 घातांक एवं करणी पर आधारित

अन्य प्रश्न

घातांक के उपयोगी सूत्र

1. घातांकीय गुणनफल : $a^m \cdot a^n \cdot a^1 \dots = a^{(m+n+1+\dots)}$

जैसे $x^2 \cdot x^5 \cdot x^3 \cdot x^6 = x^{(2+5+3+6)} = x^{16}$

2- घातांकीय भाग: $a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}$ जैसे

$x^{13} \div x^8$ या $\frac{x^{13}}{x^8} = X^{(13-8)} = X^5$

3- घात की घात: $\{[(a^m)^n]^1\}^P = a^{(m \cdot n \cdot 1 \cdot P)}$ जैसे $\{[(X^2)^3]^5\}^2 = X^{(2 \times 3 \times 5 \times 2)} = X^{60}$

4- गुणनफल की घात : $(a \cdot b \cdot c \dots)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n \dots$ जैसे $(2 \cdot 5 \cdot 7)^3 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7^3$

5- व्युत्क्रम का नियम:

i. $a^m = \frac{1}{a^{-m}}$ तथा $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ जैसे $5^3 = \frac{1}{5^{-3}}$ तथा $2^{-3} = \frac{1}{5^3}$

ii. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{-m}$ तथा $\left(\frac{x}{y}\right)^{-n} = \left(\frac{y}{x}\right)^n$ जैसे $\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \left(\frac{7}{5}\right)^{-3}$ तथा $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^5$

6- घातांक का शून्य होना: $a^0 = 1$ अर्थात् किसी भी राशि की घात शून्य (0) = 1 जैसे $5^0 = 1, 100^0 = 1, (10050)^0 = 1$ इत्यादि ।

7- व्युत्क्रम घात का नियम:

i. $a^n = b$ तो $a = b^{\frac{1}{n}}$ जैसे $x^3 = 5$ तो $x = 5^{\frac{1}{3}}$

ii. $a^{\frac{1}{n}} = b$ तो $a = b^n$ जैसे $x^{\frac{1}{2}} = 3$ तो $x = 3^2 = 9$

8- $\{[(a^m)^n]^1\}^P \neq a^{m \cdot n \cdot P}$

करण (Surds)– किसी संख्या का कोई मूल ज्ञात करने का सांकेतिक नाम करणी ($\sqrt{\quad}$) है । अर्थात् यदि करणी में कोई संख्या लिखी हो तो उसका अर्थ है – संख्या का मूल ज्ञात करना। करणी के अनेक रूप हैं जैसे $\sqrt{\quad}, 3\sqrt{\quad}, 4\sqrt{\quad}, 5\sqrt{\quad} \dots n\sqrt{\quad}$ देखें विभिन्न करणियों के निम्नलिखित रूप –

वर्गमूल $\Rightarrow 2\sqrt{\quad}$ या $\sqrt{\quad} \Rightarrow 2$ घात की करणी $\Rightarrow 2\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \sqrt{16} = 2\sqrt{16} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2 \cdot 2 = 4$

धनमूल \Rightarrow Cube root $= 3\sqrt{\quad} = 3$ घात की करणी $\Rightarrow 3\sqrt{x} = x^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 3\sqrt{27} = \sqrt[3]{3 \cdot 3 \cdot 3} = 3$

चतुर्थमूल \Rightarrow Fourth root $= 4\sqrt{\quad} \Rightarrow 4$ घात की करणी $4\sqrt{x} = x^{\frac{1}{4}} = 4\sqrt{256} = 4\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2 \cdot 2 = 4$

पंचमूल \Rightarrow Fifth root $5\sqrt{\quad} \Rightarrow 5$ घात की करणी $5\sqrt{x} = x^{\frac{1}{5}} \Rightarrow 5\sqrt{3125} = 5\sqrt{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = 5$

षष्ठ मूल \Rightarrow Sixth root $6\sqrt{\quad} \Rightarrow 6$ घात की करणी $6\sqrt{x} = x^{\frac{1}{6}} \Rightarrow 6\sqrt{729} = 6\sqrt{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = 3$

n वां मूल \Rightarrow n th root $\Rightarrow n\sqrt{\quad} \Rightarrow n$ घात की करणी $\Rightarrow n\sqrt{x} = x^{\frac{1}{n}}$

प्रश्न–

निम्नलिखित राशियों के मान ज्ञात कीजिए –

प्रश्न 25 – $\sqrt{12} + \sqrt{12} + \sqrt{12} \dots \dots \dots \infty$

हल: $\sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12} \dots \dots \infty} = 12$ के दो क्रमागत गुणनखण्डों (4×3) में बड़ा गुणनखण्ड धनात्मक और छोटा गुणनखण्ड ऋणात्मक = $4, -3$

प्रश्न 26 - $\sqrt{5 \cdot \sqrt{5 \cdot \sqrt{5 \cdot \sqrt{5} \dots \dots \infty} = 5$

हल- $\sqrt{5 \cdot \sqrt{5 \cdot \sqrt{5} \dots \dots \infty} = 5 \left(\frac{2.2.2-1}{2.2.2} \right) = 5^{\frac{(8-1)}{8}} = 5^{\frac{7}{8}}$

प्रश्न 27 - $\sqrt{5} \times \sqrt{7} \times \sqrt{3}$

हल - $\sqrt{5} \times \sqrt{7} \times \sqrt{3} = \sqrt{5 \times 7 \times 3} = \sqrt{105}$

प्रश्न 28 - $\sqrt{15} \div \sqrt{3}$

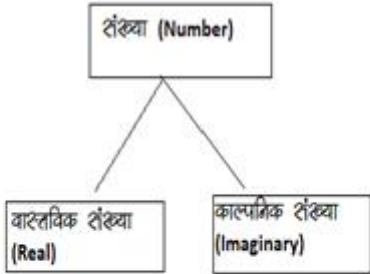
हल - $\sqrt{15} \div \sqrt{3} = \sqrt{15 \div 3} = \sqrt{5}$

प्रश्न 29 - $\sqrt{35} \div \sqrt{5}$

हल - $\sqrt{35} \div \sqrt{5} = \sqrt{35 \div 5} = \sqrt{7}$



संख्या प्रणालि (Number System)



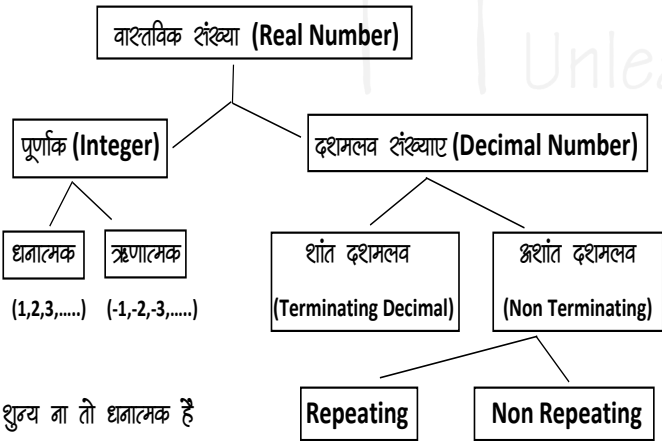
उन्हें प्रदर्शित किया जा सकता है वर्गमूल ऋणात्मक संख्याओं का number line में



❖ सम्मिश्र संख्याएं Complex Number (z)-
वास्तविक + काल्पनिक

$$Z = a + ib$$

जहां a = वास्तविक संख्या
b = काल्पनिक संख्या



यहाँ शून्य ना तो धनात्मक है ना ही ऋणात्मक है

दशमलव संख्याएं

शांत दशमलव:-

वह संख्याएं जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे- इन्हीं 0.25, 0.15, 0.375 इन्हीं भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है।

अशांत दशमलव:- वह संख्याएं जो दशमलव के बाद चलते रहते हैं। ये दो तरह के हो सकते हैं।

0.3333, 0.7777, 0.183183183.....

○ जो संख्याएं दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अग्रत तक इन्हीं भिन्न में लिखा जा सकता है।

Non Repeating Decimal जो संख्याएं दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति में Repeat नहीं करती

Platform में प्रदर्शित नहीं कर सकते

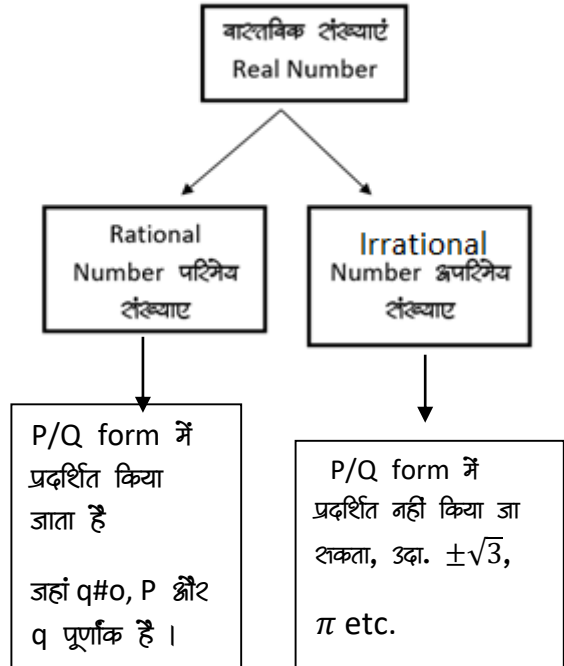
उदाहरण- 0.3187098312715.....

$$\sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}, \pi$$

❖ अशांत पुनरावृत्ति दशमलव संख्याएं :-

1. $0.3333..... = 0.\overline{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
2. $0.666..... = 0.\overline{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
3. $0.387387387..... = 0.\overline{387} = \frac{387}{999} = \frac{43}{111}$
4. $0.848484..... = 0.\overline{84} = \frac{84}{99} = \frac{28}{33}$

वास्तविक संख्याएं

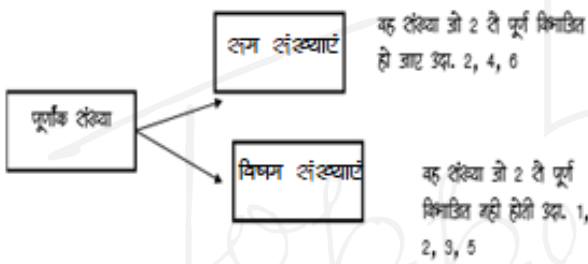


❖ परिमिय (Rational) संख्याएं:- वह संख्याएं जिन्हें P/Q form में लिखा जा सकता है लेकिन Q जहां शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए
उदाहरण $2/3, 4/5, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$

❖ अपरिमिय (Irrational) संख्याएं:- इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता
उदाहरण $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26} \dots$

❖ प्राकृतिक संख्याएं → घनात्मक संख्याएं (1, 2, 3.....)

❖ पूर्ण संख्याएं → शून्य+ घनात्मक पूर्णांक (0,1, 2, 3.....)



➤ शून्य भी सम संख्या है।

- ❖ सम ± सम → सम संख्या (4+6 → 10)
सम ± विषम → विषम संख्या (4+5 → 9)
विषम ± विषम → सम संख्या (3+5 → 8)
- ❖ सम X विषम → सम संख्या (2X3 → 6)
- ❖ सम X सम → सम संख्या (4X4 → 16)
- ❖ विषम X विषम → विषम संख्या (3X3 → 9)



➤ अभाज्य संख्याएं:- वह संख्या जो सिर्फ 1 व स्वयं संख्या से विभाजित होती है। जैसे- 5 1×5 (only गुणनखण्ड)

➤ भाज्य संख्याएं:- जो संख्याएं अभाज्य नहीं हैं यानि उनके दो से अधिक गुणनखण्ड होंगे। जैसे- 9 $1 \times 3 \times 3$ (तीन गुणनखण्ड)

➤ शून्य ना तो भाज्य ना ही अभाज्य संख्या होती है।

➤ अभाज्य संख्याएं (Prime Numbers):- इसके सिर्फ दो form हो- $1 \times$ संख्या

जैसे- {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.....}

जहां 1 Prime Number नहीं है।

2 केवल एक Prime संख्या है।

3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ा है।

1-50 तक कुल 15 Prime Number है।

51-100 तक कुल 10 Prime Number है।

अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number है।

➤ सह अभाज्य संख्याएं:- वह संख्याएं जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

Ex. (4,9), (15, 22), (39, 40)

HCF = 1

➤ Perfect Number परफेक्ट संख्या:- वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में स्वयं उस संख्या को छोड़कर)

Ex. 6 → 1, 2, 3 यहां → $1+2+3 \rightarrow 6$

28 → 1, 2, 4, 7, 14 → $1+2+4+7 \rightarrow 28$

पूर्ण वर्ग संख्या:-



Unit digit वर्ग के हो सकते हैं-

जो नहीं हो सकते

- 0
- 1
- 4
- 5 or 25
- 6
- 9
- 2 — X
- 3 — X
- 7 — X
- 8 — X

❖ किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे।

नोट:- अतः सभी को 1-25 के वर्ग अवश्य याद होने चाहिए।

उदाहरण- कौनसी संख्या पूर्ण वर्ग होगी-

1. 21904
2. 22903
3. 21917
4. 35405

व्याख्या:- यहाँ unit digit किसी भी वर्ग का 3, 7 नहीं हो सकता और वर्ग के आखिर में 5 आ सकता है लेकिन शक्यता नहीं वह हमेशा 25 होगा

अतः शेष विकल्प (1) सही होगा 21904 जो की 148 का वर्ग है।

Q. 1 एक बगीचे में कुल 36562 गमले हैं उन गमलों की सजावट कर वर्ग बनाना है। तो बताइये इनमें से कितने गमले हटाये जाये की में पूर्व बना लेंगे।

- (a) 36 (b) 65 (c) 81 (d) 97

हल - 36562 में से

- (1) 36 घटाने पर, 26 आखिर में आता है जो किसी भी वर्ग में नहीं होता।
- (2) 65 घटाने पर, 97 जो किसी भी वर्ग में नहीं आता
- (3) 81 घटाने पर, यही सही उत्तर होगा।
- (4) 97 घटाने पर, 65 किसी के आखिर में भी आता 25 आता है हमेशा।

Q. 2 पूर्ण वर्ग संख्या कौनसी होगी -

- (A) 17343 - 3 किसी भी वर्ग के अन्त में नहीं होता x
- (B) 987235 - 5 से पहले हमेशा 2 होता है x
- (C) 976366 - 6 से पहले हमेशा विषम संख्या होती है किसी वर्ग में x
- (D) 106276 - यह सही होगी।

Binary and decimal में बदलना

Binary संख्या पद्धति Decimal संख्या पद्धति

B → D	1 11 "
0 → 0	2 12 "
1 → 1	3 13 "
10 → 2	4 14 "

11 → 3	5 15 "
100 → 4	6 16 "
101 → 5	7 17 "
110 → 6	8 18 "
111 → 7	9 19 "
1000 → 8	10 20 "
1001 → 9	
1010 → 10	

Decimal से Binary में बदलना

(51) को Decimal से Binary में बदलना -

2	51	1	↑	Remain
2	25	1		
2	12	0		
2	6	0		
2	3	1		

= (110011)₂

Q. 1 101 को Binary संख्या पद्धति में प्रदर्शित कीजिए

2	101	1	↑
2	50	0	
2	25	1	
2	12	0	
2	6	0	
2	3	1	
	1		

= (1100101)₂

Binary से Decimal में बदलना -

दी गयी संख्या को इकाई श्रंक से 2⁰ से बढ़ते क्रम में गुणा का योग करते हैं -

जैसे - (1100101)₂ → (?)₁₀

यहाँ $(1100101)_2 \longrightarrow$

$$= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

\swarrow \swarrow \swarrow \swarrow
 4th place 5th place 2nd place 1st place

$$= 64 + 32 + 0 + 0 + 4 + 0 + 1 = 101 \text{ Ans.}$$

Q. 2 $(1101)_2 \longrightarrow (?)_{10}$

$$= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 8 + 4 + 0 + 1 = 13$$

गणितीय शंक्रियाएं



योगफल तथा अंतर पर आधारित

Q.1 यदि किसी संख्या में 21 को जोडा जाए, तो वह अपनी तिगुनी संख्या से 7 कम हो जाती है। तदनुसार वह संख्या कितनी है ?

(a) 14 (b) 16
(c) 18 (d) 19

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना संख्यां x है

प्रश्नानुसार

$$3x - 7 = x + 21$$

$$3x - x = 21 + 7$$

$$2x = 28$$

$$x = \frac{28}{2} \Rightarrow 14$$

Q. 2 यदि किसी संख्या में $\frac{1}{2}$ जोड दिया जाए और फिर उस योगफल को 3 से गुणा किया जाए, तो उत्तर 21 प्राप्त होता है। संख्या बताइए ?

- (a) 6.5 (b) 5.5
(c) 4.5 (d) -6.5

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना संख्यां x है

प्रश्नानुसार

$$\left(x + \frac{1}{2}\right) \times 3 = 21$$

$$\left(\frac{2x + 1}{2}\right) \times 3 = 21$$

$$2x + 1 = 7 \times 2$$

$$2x = 14 - 1 \Rightarrow 13$$

$$x = \frac{13}{2} \Rightarrow 6.5$$

Q.3 किसी संख्या का में 50% को 50 में जोडने पर वह उसी संख्या के बराबर हो जाता है। वह संख्या है-

- (a) 50 (b) 100
(c) 150 (d) 75

उत्तर - (b)

व्याख्या -

माना संख्यां x है

प्रश्नानुसार

$$x \text{ का } 50\% + 50 = x$$

$$x \times \frac{50}{100} + 50 = x$$

$$x - \frac{x}{2} = 50$$

$$\frac{x}{2} = 50$$

$$\therefore x = 100$$

Q. 4 दो अंकों वाली एक संख्या और उसके अंक उलट देने पर प्राप्त होने वाली संख्या का योग एक वर्ग संख्या है। तदनुसार इस प्रकार की कुल संख्याएं कितनी है ?

- (a) 5 (b) 6
(c) 7 (d) 8

उत्तर - (d)

व्याख्या -

माना दो अंकों वाली संख्यां का इकाई अंक y तथा दहाई अंक x है।

इसलिए संख्या = $10x + y$

संख्या के अंक उलटने पर बनी संख्या = $10y + x$

प्रश्नानुसार

$$(10x + y) = +(10y + x) = \text{वर्ग संख्या}$$

$$11x + 11y = \text{वर्ग संख्या}$$

$$11(x + y) = \text{वर्ग संख्या}$$

यदि $x + y = 11$ रखा जाए तब प्राप्त संख्या, वर्ग संख्या होगी

$$\text{अतः } x + y = 11$$

यदि $x + y = 11$ तब इस प्रकार बनी कुल संख्याएं निम्न हैं

$$x = 1, y = 10 \quad x = 10, y = 1$$

$$x = 2, y = 9 \quad x = 9, y = 2$$

$$x = 3, y = 8 \quad x = 8, y = 3$$

$$x = 4, y = 7 \quad x = 7, y = 4$$

$$x = 5, y = 6 \quad x = 6, y = 5$$

उपरोक्त प्रश्न के अनुसार, कुल 10 संख्याएं बनती हैं परंतु प्रथम जोडा $x = 1, y = 10$ तथा $x = 1, y = 10$ प्रश्न की शर्तों को संतुष्ट नहीं करता है। अतः इस प्रकार बनी कुल संख्याएं 8 होगी जो निम्नलिखित होंगी- 29,38,47,56 तथा 92,83,74,65

Q. 5 यदि दो संख्याओं के योग का उन संख्याओं से अलग-अलग गुणा किया जाए, तो गुणनफल क्रमशः 247 तथा 114 आता है। तदनुसार उन संख्याओं का योगफल कितना है ?

- (a) 19 (b) 20
(c) 21 (d) 23

उत्तर - (a)
व्याख्या -

माना संख्या x एवं y हैं।

तब पहली शर्त से-

$$x(x + y) = 247 \dots\dots(i)$$

दूसरी शर्त से-

$$y(x + y) = 114$$

$$\text{या } (x + y) = \frac{114}{y} \dots\dots(ii)$$

समीकरण (i) से $(x + y)$ का मान समीकरण

(ii) में रखने पर-

$$x \times \frac{114}{y} = 247$$

$$\frac{x}{y} = \frac{247}{114} = \frac{13}{6}$$

$$x + y = 13 + 6 = 19$$

गुणा पर आधारित संक्रियाएं

Q. 6 तीन संख्याओं का अनुपात 3 : 6 : 8 है। यदि उनका गुणनफल 9216 है, तो तीनों संख्याओं का योग क्या है ?

- (a) 96 (b) 72
(c) 144 (d) 68

उत्तर - (d)

व्याख्या -

माना तीनों संख्याएं क्रमशः $3x, 6x$ एवं $8x$ हैं

$$\therefore 3x \times 6x \times 8x = 9216$$

$$x^3 = \frac{9216}{144} \Rightarrow 64$$

$$x^3 = \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4} \Rightarrow 4$$

अतः तीनों समीकरणों का योग = $3x + 6x + 8x$

$$= 17x$$

$$= 17 \times 4 \Rightarrow 68$$

Q. 7 किसी संख्या का में $\frac{4}{5}$ भाग उसके $\frac{3}{4}$ से 8 अधिक हो, तो संख्या क्या है ?

- (a) 130 (b) 120
(c) 160 (d) 150

उत्तर - (c)

व्याख्या -

माना संख्या x है

प्रश्नानुसार

$$x \text{ का } \frac{4}{5} = x \text{ का } \frac{3}{4} + 8$$

$$\frac{4x}{5} = \frac{3x}{4} + 8$$

$$\frac{16x - 15x}{20} = 8$$

$$\therefore x = 20 \times 8 \Rightarrow 160$$