Toppersnotes
Unleash the topper in you

# मध्य प्रदेश, जेल विभाग

# जेल प्रहरी

**Madhya Pradesh Professional Examination Board**

## भाग – 3

## गणित

SIERRA INNOVATIONS

# विषय सूची


| अध्याय | पृष्ठ संख्या |
|---|---|
| 1. अनुपात – समानुपात | 1 |
| 2. कार्य और समय | 10 |
| 3. पाइप और टंकी | 19 |
| 4. आयु | 23 |
| 5. लाभ – हानि | 29 |
| 6. चाल, समय और दूरी | 36 |
| 7. नाव और धारा | 49 |
| 8. औसत | 54 |
| 9. साधारण एवं चक्रवृद्धि ब्याज | 62 |
| 10. ल.स.प, म.स.प. | 77 |
| 11. संख्या पद्धति | 84 |
| 12. सरलीकरण | 100 |
| 13. मिश्रण | 110 |
| 14. साझेदारी | 117 |
| 15. प्रतिशतता | 124 |
| 16. ज्यामिति | 131 |
| 17. निर्देशांक ज्यामिति | 155 |

| | |
|---|---|
| 18.क्षेत्रमिति | 162 |
| 19.बीजगणित | 176 |
| 20.त्रिकोणमिति | 189 |
| 21.संख्यात्मक अभियोग्यता | 201 |
| 22.दो चर वाले रैखिक समी. युग्म | 213 |
| 23.श्रृंखला | 219 |

अनुपात – अनुपात दो मात्राओ का भाग द्वारा एक तुलना है। $a$ से $b$ का अनुपात निम्न तरीके से लिखा जा सकता है।

$$a:b = \frac{a}{b} = a \div b$$

समानुपात

$$a:b = c:d \longrightarrow \boxed{a \times d = b \times c}$$

## Type-I
### सम्मिलित अनुपात ज्ञात करना:–

Q.1. $a:b = 3:2$

$b:c = 1:2$

$a:b:c$

$3:2:4$

Q. 2. $a:b = 2:1$

$b:c = 3:2$

$c:d = 3:4$

हल –

$a \ : \ b \ = \ 2 \ : \ 1$

$b \ : \ c \ = \ 3 \ : \ 2$

$c \ : \ d \ = \ 3 \ : \ 4$

$a : b : c : d = 18 : 9 : 6 : 8$

Ⓘ Step

$a:b = 2:1$ $\quad$ $a:b:c = 6:3:2$

$b:c = 3:2$

Ⓘⓘ Step

$a:b:c = 6:3:2 \times C:d(3:4)$

3 को 6,3,2 से गुणा करेंगे

$a:b:c:d = 18:9:6:8$

4 को केवल 2 से गुणा करेंगे।

## Type-II
### साधारण अनुपात आधारितः–

Q.3. एक क्लास में लडके व लडकियो का अनुपात $4:5$ है यदि 100 लडकिया क्लास छोड के चले जाए तो $6:7$ अनुपात बन जाता है। तो शुरूआत में कितने विद्यार्थी थें।

$B : G$

$4 : 5 \times 3$

$6 : 7 \times 2$

क्योंकि 100 लडकियाँ गई है लेकिन लडको $A$ संख्या तो बराबर है।

$B : G$

$12 : 15$

$12 : 14$

$\rightarrow 1$

$$1 = 100$$

$\therefore$ शुरूआत में विद्यार्थी $(12 + 15) = ?$

$\frac{100}{1} \times 27 = 2700$ विद्यार्थी।

Q.4. एक $\Delta ABC$ में $(S - a):(S - b):(S - C) :: 11:8:7$ अनुपात में है जहाँ $S$ $Semi\ Perimeter$ है। और $a, b, c$ भुजाए है तो $a:b:c$ का अनुपात ज्ञात कीजिए।

$$\boxed{S = \frac{a + b + c}{2}}$$

$$2S = (a+b+c) \quad 1$$

$$s-a+s-b+s-c = (11x+8x+7x)$$

$$3s-(a+b+c) = 26x$$

$3s-2s = 26x \rightarrow$ जहाँ $(a+b+c) = 2s \rightarrow$ $eq.(1)$से

$$\boxed{S = 26x}$$

$$(s-a)-11x \quad (26x-a) = 11x$$

$$\boxed{a = 15} \quad a:b:c = 15:18:19$$

## Type-III

### संख्याओं के जोडने व घटाने पर आधारित:-

Q.5. एक परीक्षा में पास होने वाले विद्यार्थी फेल होने वाले विद्यार्थियो की संख्या से 4 गुना हैं । यदि परीक्षा में शामिल होने वाले छात्रो की संख्या 35 कम होती हैं तो फेल होने वालो की संख्या 9 अधिक होती हैं और इस प्रकार पास होने वालो की संख्या और फेल होने वालो की संख्या में 2:1 का अनुपात होता हैं तो बताइए की प्रारंभ में कितने विद्यार्थी थे ।

$Pass + Fail = Attempt +$ करने छात्रो की संख्या

$$P:F:A = 4:1: (5) \rightarrow (4+1)$$

$$A = 5x-35$$

$$F = x+9$$

$$P = 4x-44$$

$$\frac{4x-44}{x+9} = \frac{2}{1}$$

$$2x = 62$$

$$x = 31$$

प्रारंभ में विद्यार्थी $= 5x = 5\times 31 = 155$ विद्यार्थी

Q.6 दो $Number$ का $ratio$ $1:2$ हैं यदि इन दोनो में 7 जोडा जाता हैं तो यह अनुपात $3:5$ हो जाता हैं । तो बडा $Number$ कौनसा होगा ।

माना दो $Number$ $a$ व $b$ हैं ।

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{2} \quad \boxed{2a = b \quad 1}$$

$$\frac{a+7}{b+7} = \frac{3}{5} \rightarrow \boxed{5a+35 = 3b+21} \rightarrow 2$$

$eq-(1)$ व $eq\,(2)$ से

$$5a+35 \pm 3(2a)+21$$

$$5a+35 = 6a+21$$

$$a = 14$$

$$\boxed{b = 2a = 2\times 14 = 28}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} a < b \\ 14 < 28 \end{array}}$$

Q.7. एक दो $digit$ के नंबर व उसको आपस में बदलने $(Interchange)$ करने के बाद दोनो का अंतर 36 हैं । यदि दोनो $digit$ के बीच $1:2$ का अनुपात हैं तो $digit$ का $sum$ (अंको का योग) व $digits$ का $difference$ के बीच का अंतर बताइए ।

माना की $ten's\ digit$ (दहाई अंक) एवं $unit's\ digit$ (इकाई अंक) $of\ the\ number\ be\ x\ and\ y\ respectively -$

तो नंबर कुछ इस प्रकार होगा

$$10x + y$$

दहाई     इकाई

$digits$ को $Interchange$ करने पर $= 10y + x$

दोनो $digit$ के बीच का अनुपात $x:y = 1:2$

$\frac{x}{y} = \frac{1}{2} \rbrace \rightarrow$ $\boxed{y = 2x}$

$Interchange$ के पहले $Number = 12x = 12 \times 4 = 48$

$Interchange$ के बाद $Number = 21x = 21 \times 4 = 84$

$Sum\ of\ digit\ \ x + y = 12$ (तो $digit$ है 4 व 8)

$diff\ of\ digits\ = y - x = 4$

$\therefore difference\ of\ sum\ and\ difference\ of\ digits$

$\boxed{= 12 - 4 = 8}$

Q.8. एक साल पहले ($Last\ year$) $Maruti$ और $Figo$ कार की कीमत के बीच अनुपात $3:4$ है और मारुति व फिगो कार के वर्तमान व पिछले साल के बीच अनुपात क्रमशः $5:4$ व $3:2$ है तो दोनो कारो के वर्तमान मूल्य ($Present\ Value$) का योग $7.8\ lacs$ है । तो फिगो कार को 1 साल पहले की कीमत ज्ञात करें ।

$\frac{LM}{LF} = \frac{3}{4}$, $\frac{PM}{LM} = \frac{5}{4}$, $\frac{PF}{LF} = \frac{3}{2}$

$LM = Last\ Year\ Price\ of\ Maruti$

$LF = ---------\ Figo$

$PM = \ Present\ year\ Price\ of\ Maruti$

$PF = ---------\ Figo$

$PM = \frac{5}{4} LM\ \ (LM = 3)$

$PM = \frac{5}{4} \times 3$

$PM = \frac{15}{4}$

$\frac{PF}{LF} = \frac{3}{2}$ $\quad PF = \frac{3}{2} LF$ $\quad PF = \frac{3}{2} \times 4$

$\boxed{PF = 6}$

$PF : PM = 6 : \frac{15}{4} = 24 : 15$

$= \boxed{8:5}$

प्रश्नानुसार

$\boxed{PF + PM = 7.8}$

$PF = \frac{8}{13} \times 7.8 = 4.8\ lakh$

तो फिगो की 1 साल पहले की कीमत ($BLF$) $\frac{PF}{LF} = \frac{3}{2}$ $\quad LF = \frac{2}{3} PF$

$= \frac{2}{3} \times 4.8$

$\boxed{LF = 3.2\ Lakh}$

## Type-IV

### मिश्रण के नियम पर आधारित:-

Q.9. एक मिश्रण में कॉपर और जिंक का मिश्रण $3:2$ के अनुपात में है इस मिश्रण में से $12\ kg$ जिंक निकाल लिया जाता है जिससे इस मिश्रण का अनुपात $12:5$ हो जाता है तो कॉपर व जिंक की प्रारंभिक मात्रा बताओ ।

$cu : zn = (3 : 2) \times 4\ CU$ की $12 : 8 \rightarrow 3 = 12\ kg\ zn$

समान मात्रा $12 : 5$ $\quad \boxed{1 = 4kg}$

$cu$ की प्रारंभिक मात्रा

$= 12x = 12\ \times 4 = 48\ kg$

$zn$ की प्रारंभिक मात्रा

$= 8x = 8\ \times 4 = 32\ kg$

Q.10. 75 लीटर मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात $11:4$ है । $15\ L$ मिश्रण बाहर निकाल दिया जाता है । और $20\ L$ पानी डाल दिया जाता है । फिर वर्तमान मिश्रण से $10\ L$ निकाला जाता है और 40 लीटर पानी डाल दिया जाता है तो बर्तन में दूध और पानी का अनुपात क्या होगा ।

नोट :

जब भी हम किसी मिश्रण को पात्र से निकालते हैं या मिलाते हैं तो हम उसी अनुपात में मिश्रण को निकालते हैं या मिलाते हैं जिस अनुपात में वह पात्र में विद्यमान होता है। जैसे की इस प्रश्न में $75\,L$ दूध $11:4$ में है। तो मिश्रण से जल $15\,L$ निकालेंगे तो वह भी $11:4$ यानि $11\,L$ दूध व $4\,L$ पानी निकालेंगे।

$75\,L$

$M : W$

$55 : 20$

$5\,L$ मिश्रण निकालने पर $(11:4)$

$\left(\frac{11}{15}\times 15 = 11\,L = Milk\right)$

$\frac{4}{15}\times 15 = 4\,L = water$

| $M$ | $W$ |
|---|---|
| 55 | 20 |
| −11 | −4 |
| 44 | 16 |

$+20\,L$ water मिलने पर

$44 : 36$

अब अनुपात $44:36$ यानि $11:9$ हो चुका है तो मिश्रण को भी इसी अनुपात में मिलाएंगे या निकालेंगे

$10\,L$ मिश्रण $M:W$ (11:9) निकालने पर

$\frac{11}{20}\times 10 = 5.5L \rightarrow Milk$

$\frac{9}{20}\times 10 = 4.5\,L \rightarrow water$

| $M$ | $W$ |
|---|---|
| 44 | 36 |
| −5.5 | −4.5 |
| 38.5 | 31.5 |

40 लीटर पानी मिलाने पर

$(31.5 + 40 = 71.5)$

$\frac{M}{38.5} : \frac{W}{71.5}$

$77:143$

$M:W$ $7:13$

Q.11. एक बर्तन में $A$ और $B$ दो प्रकार के द्रव्य $3:2$ के अनुपात में हैं। बर्तन में से $20\,L$ मिश्रण को निकालकर उसमें उतना ही $B$ द्रव्य मिला दिया जाता है। जिससे इसका अनुपात $1:4$ हो जाता है। तो मिश्रण में $A$ और $B$ द्रव्य की प्रारंभिक मात्रा बताइए।

$I \quad A:B = 3:2$

$= 3x : 2x$

$20\,L$ मिश्रण निकालने पर उसमे $A$ द्रव्य व $B$ द्रव्य की माता

$A$ द्रव्य $= \frac{3}{5}\times 20 = 12L$

$B$ द्रव्य $= \frac{2}{5}\times 20 = 8L$

$\frac{3x-12}{2x-8+20} = \frac{1}{4}$ ($20\,L$ $B$ द्रव्य मिलने पर अनुपात)

$$12x - 48 = 2x + 12$$

$$10^x = 60$$

$$x = 6$$

$A$ द्रव्य की प्रारंभिक मात्रा $= 3x \times 3 \times 6 = 18\ L$

$B$ द्रव्य की प्रारंभिक मात्रा $= 2x \times 2 \times 6 = 12\ L$

$$A : B = 3x : 2x$$

$$A : B = 3 \times 6 : 2 \times 6$$

$$= 18 : 12$$

Q.12. कॉपर और जिंक के मिश्रण में कॉपर और जिंक का अनुपात $4:3$ है इस मिश्रण में $30\ kg$ जिंक और मिला दिया जाता है। जिससे इसका अनुपात $8:11$ हो जाता है तो मिश्रण में कॉपर जिंक की प्रारंभिक मात्रा बताइए।

$$cu : zn = 4 : 3$$

$$+30\ kg$$

$zn$ मिलाने पर

$$cu : zn = 8 : 11$$

$$cu : zn = (4 : 3)\ \boxed{\times 2} = \boxed{8} : 6$$

$$cu : zn = 8 : 11 = \boxed{8} : 11$$

यहाँ 2 से $Multiply$ इसलिए किया गया क्योंकि हम मिश्रण में $zn$ मिला रहे हैं तो $zn$ की मात्रा $change$ होगी कॉपर की मात्रा वही रहेगी जो की (8) है।

$$cu : zn = 8 : \boxed{6}$$

$$cu : zn = 8 : \boxed{11}$$

$$11 - 6 = 30\ kg\ zn$$

$$5 = 30 kg$$

$$1 = 6\ kg$$

तो $cu$ की प्रारंभिक मात्रा $= 8x = 8 \times 6 = 48\ kg$

$zn$ की प्रारंभिक मात्रा $= 6x = 6 \times 6 = 36\ kg$

Q13. पृथ्वी की पूरी सतह पर भूमि और जल का अनुपात $1:2$ है उत्तरी गोलार्द में भूमि और पानी का $3:4$ अनुपात है तो दक्षिणी गोलार्द का अनुपात क्या है।

पृथ्वी का आधा हिस्सा = उत्तरी गोलार्द $(NH)$

पृथ्वी का दूसरा आधा हिस्सा = दक्षिणी गोलार्द $(SH)$

$$\boxed{Earth = NH + SH}$$

| | $Land$ | : | $Water$ |
|---|---|---|---|
| $Earth =$ | 1 | : | 2 |
| $N.H$ | | | |
| उत्तरी गोलार्द $=$ | 3 | : | 4 |

$Earth$ का अनुपात $N.H.$ से कम आ रहा है। जबकि $N.H$ (उत्तरी गोलार्द) का अनुपात पृथ्वी के अनुपात से आधार या पृथ्वी के भूमि व जल का अनुपात $NH$ से दुगुना आना चाहिए।

$$L : W$$

Earth $= 1 : 2\ \ (1 + 2 = 3 \times 14 = 42)$

N H $= 3 : 4\ \ (3 + 4 = 7 \times 3 = 24)$

तो इस $ratio$ $14:3$ से गुना करने पर

$$Earth = L : W$$

$$N.H = 14 : 28$$

$$= 9 : 12$$

$S.H \quad = 5 \quad : \quad 16$

दक्षिणी गोलार्द $(SH)$

$$\boxed{Earth = NH + SH}$$

$$\boxed{SH = Earth - NH}$$

Q.14. एक बर्तन $80\,L$ ($L$ =लीटर) दूध से भरा हैं । $10\,L$ दूध निकाल कर उसके स्थान पर पानी डाल दिया जाता हैं । फिर $16\,L$ मिश्रण को बाहर निकाल कर उसके स्थान पर उसके स्थान पर पानी डाल दिया जाता हैं । फिर से $8\,L$ मिश्रण निकाल कर उसके स्थान पर उतना ही पानी मिला दिया जाता हैं फिर से $20L$ मिश्रण को बाहर निकाल कर उतना ही पानी मिला दिया जाता हैं । तो चौथी प्रक्रिया के बाद पानी की मात्रा ।

| 80 ली. दूध | 10 ली. दूध निकाल रहे है | निकाल रहे है | बेचा हुआ दूध | |
|---|---|---|---|---|
| | मतलब $\frac{10}{18} = \frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{7}{8}$ | $\left(1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}\right)$ |
| | $16\,L\left(\frac{16}{80}\right)$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{4}{5}$ | $\left(1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}\right)$ |
| | $8\,L\left(\frac{16}{80}\right)$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{9}{10}$ | $\left(1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}\right)$ |
| | $20\,L\left(\frac{16}{80}\right)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{4}$ | $\left(1 - {}^{1}/_{4} = \frac{4}{5}\right)$ |

$$Milk\ left = 80 \times \frac{7}{8} \times \frac{4}{5} \times \frac{9}{10} \times \frac{3}{4}$$

$= 37.8\ Milk\ left$

प्रश्न में पूछा है बचे हुए पानी की मात्रा

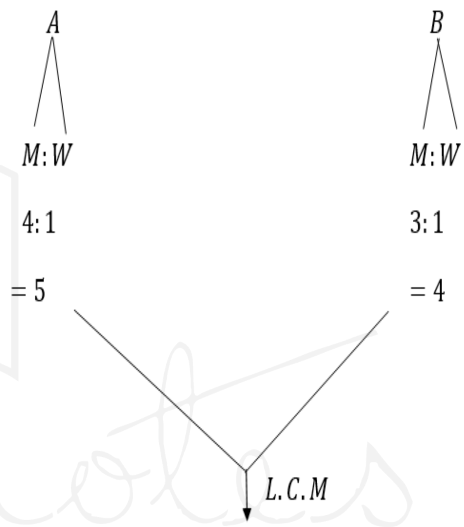
$total - Milk = Water$

$80 - 37.8$

$$\boxed{42.2\ liter = water\ left}$$

Q.15. समान क्षमता वाले दो बर्तन $A$ व $B$ में दूध और पानी क्रमशः $4:1$ और $3:1$ के अनुपात में होते हैं । $A$ से मिश्रण का $25\%$ बाहर निकाला जाता है और $B$ में डाल दिया जाता है । इसे अच्छी तरह से मिलाने के बाद $B$ से समान मात्रा निकाल ली जाती है । और $A$ से वापस मिला दिया जाता है । दूसरी प्रक्रिया के बाद बर्तन $A$ में दूध का पानी से अनुपात क्या होगा ।

*Key Point* समान क्षमता वाले दो बर्तन




$L.C.M$ 20 आ रहा है तो 20 के $Multiple$ में हम कुछ भी बर्तन की क्षमता मान सकते है । ताकि गुणा भाग में आसानी हों ।

माना की क्षमता $= \boxed{200\,L = A = B}$

| A | | B | |
|---|---|---|---|
| 200 L | | 200 L | |
| M | W | M | W |
| 4 : | 1 | 3 : | 1 |
| 160 L | 40 L | 150 L | 50 L |

अब $A$ से 25% मिश्रण बार निकाला जाता है। $\frac{200\times25}{100} = 50L$ → 4 : 40 L, 1 : 10 L

| A | | B | |
|---|---|---|---|
| M | W | M | W |
| 160 | 40 | 150 | 50 |
| −40 | −10 | +40 | +10 |
| 120 | 30 | 190 | 60 |

अब प्रश्नानुसार अच्छी तरह मिलाने के बाद $B$ से समान मात्रा यानि $50\,L$ निकाल ली जाती है। अब यह $50\,L$ निकाल ली जाती है। अब यह

$50\,L$ (190: 60) 19: 6 के अनुपात में निकलेगा

19: 6

$M$ $W$

$\boxed{38\,L \quad 12\,L}$ इस मात्रा को $A$ में वापस मिला दिया जाता है।

| A | | B | |
|---|---|---|---|
| M | W | M | W |
| 120 | 30 | 190 | 60 |
| +38 | +12 | −38 | −12 |
| 158 : | 42 | 152 : | 48 |

प्रश्न में पूछा है बर्तन $A$ में $M:W$ का अनुपात $= 158:42$

$\boxed{A:B = 79:21}$

## Type-V

### आय/व्यय पर आधारित:-

**Q.16.** एक कंपनी कर्मचारियों की संख्या को 12: 13 में लगाता है और खर्च को 156: 150 में घटाता है, तो उसकी *Salary* का अनुपात ?

| | | |
|---|---|---|
| No. of employee | 12 : | 13 |
| EXP | 156 : | 150 |

Salary $\frac{156}{12} : \frac{150}{13}$

$\frac{13}{1} : \frac{150}{13}$

$169 : 150$

**Q.17.** कमला तथा विमला की आय का अनुपात 2: 1 है तथा व्यय का अनुपात 5: 3 व बचत का अनुपात 4: 1 है। कुल बचत 500 रूपये की होती है। तो कमला की आय ज्ञात कीजिए।

$\boxed{Income = Expenditure + Saving}$

आय = व्यय + बचत

बचत = 500 (4: 1)

$400\ Rs.$   $100\ Rs.$

रू.   रू.

$$\frac{2x-400}{x-100}=\frac{5}{3}$$

$$6x-1200=5x-500$$

$$\boxed{x=700}$$

कमला की आय $= 2x = 2\times 700 = 1400$ रू.

Q.18. $A, B, C$ की कुल आय $3000$ है। वे अपने आय का $75\%, 70\%$ और $62\%$ खर्च करते है तो उनके बचत का अनुपात क्रमशः $20:21:19$ हो जाता है तो $A$ की आय ज्ञात करें।

माना $Income = 100 = A = B = C$

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Exp | 75% | 70% | 62% |
| Saving | 25% | 30% | 38% |

प्रश्नानुसार

| A के लिए | B के लिए | C के लिए |
|---|---|---|
| $25\% = 20x$ | | |
| $100\% = \frac{20}{25}\times 100$ | $30\% = 21x$ | $38\% = 19x$ |
| $= 80x$ | $100 = 70x$ | $100\% = 50x$ |

| I | A | B | C |
|---|---|---|---|
| | $80x$ | $70x$ | $50x$ |

$A+B+C$ की कुल आय $= 3000$

$80x+70x+50x = 3000$

$200x = 3000$

$x = 15$   $A$ की आय $= 80x = 80\times 15 = 1200\ Rs.$

## Type-VI

### सिक्को पर आधारित:-

Q.19. एक व्यक्ति के पास 1 रूपये 50 पैसे। 25 पैसे के सिक्को का अनुपात $3:4:5$ है, यदि उसके पास में कुल 125 रूपये हो तो सभी सिक्कों की संख्या बताइए।

| | 1 रू. | 50 पैसे | 25 पैसे |
|---|---|---|---|
| 10 $of\ coin$ | 3 | 4 | 5 |
| $Money\ Value$ | $3\times 1$ | $.50\times 4$ | $.25\times 5$ |
| | $= 3\ Rs.$ | 2 रू. | 1.25 रू. |

(सभी रूपए में या सभी पैसे मे होने चाहिए)

सिक्को की संख्या

तो 1 रूपये में सिक्को की संख्या $= \frac{125}{(3+2+125)}\times (3) = 60$ सिक्के

50 पैसे सिक्को की संख्या $= \frac{125}{6.25}\times 4 = 80$ सिक्के

25 पैसे के सिक्के $= \frac{125}{6.25}\times (5) = 100$ सिक्के

1 सिक्को की संख्या निकालनी है, इसलिए $no.of\ coins$ के $ratio$ से गुणा किया

Q.20. भानु के बेग में 155 रू. है, जो 1 रू., 50 पैसे, 10 पैसे के सिक्को के रूप में है, जिसका अनुपात $3:5:7$ है तो 1 रू. के सिक्को की संख्या ज्ञात करें।

$$3x\times 1+\frac{5x+50}{100}+\frac{7x\times 10}{100}=155\ Rs.$$

माना 1 रू. के सिक्कों की संख्या $= 3x$

30 पैसे $= 5x$

10 पैसे $= 7\,x$

$$3x+\frac{5x}{2}+\frac{7x}{10}=155$$

$$\frac{62x}{10}=155$$

$$x=\frac{1550}{62}=25$$

1 रूपये के सिक्को की संख्या $=3x=3\times 25=75$

50 पैसे $=5x=5\times 25=125$

10 पैसे $=7x=7\times 25=175$

## Type-VII

**अनुपात के रूप में विभाजित हिस्सा- आधारितः-**

Q.21 $A, B$ व $C$ की *Income* का अनुपात $2:3:5$ है, लेकिन गलती से $^1/_2:{}^1/_3:{}^1/_5$ में *divide* कर दिया तो सबसे अधिक लाभ किसको हुआ

| | A | : | B | : | C |
|---|---|---|---|---|---|
| Actual | 2 | : | 3 | : | 5 |
| Incorrect | $^1/_2$ | : | $^1/_3$ | : | $^1/_5$ |

ल.स.प. $(L.C.M)=30 \longrightarrow$ 15:10:6

$\left(\frac{1}{2}\times 30=15\right)\left(\frac{1}{3}\times 30=10\right)$

माना $Total\ Income=310$

(आप *Total Income* कुछ भी मान सकते हैं। लेकिन $15+10+6=31$ जोडने पर 31 मिलता हैं। और $2+3+5=10$ मिलता हैं। तो कोई ऐसी संख्या ले लो जिससे *divide* करना आसान हों।)

| | A | : | B | : | C |
|---|---|---|---|---|---|
| Actual Income | $\frac{2}{10}\times 310$ | : | $\frac{3}{10}\times 310$ | : | $\frac{5}{10}\times 310$ |
| A.I | $=62$ | : | $=93$ | : | 155 |

| | A | : | B | : | C |
|---|---|---|---|---|---|
| Measured Income | $=\frac{15}{(15+10+6)}\times 310$ | : | $\frac{10}{31}\times 310$ | : | $\frac{6}{31}\times 310$ |
| M.I = | 150 | : | 100 | : | 60 |

तुलना करने पर सबसे अधिक फायदा $A$ को हुआ हैं।

Q.22. $P, Q$ व $R$ में 7800 रू. का विभाजन किया जात हैं । जिसमें $P$ का *Share* $\frac{3}{4}$ है $B$ के *Share* का, $B$ का *Share* $^2/_3$ है $C$ के *Share* का तो $B$ व $C$ के *Share* के मध्य अंतर ज्ञात कीजिए ।

$$A=\frac{3}{4}B \qquad B=\frac{2}{3}C$$

$4A=3B \qquad 3B=2C$

$\boxed{\frac{A}{B}=\frac{3}{4}}$ $\boxed{\frac{B}{C}=\frac{2}{3}}$

$A:B=3:4$

$B:C=2:3$

$\longrightarrow A:B:C=(3\times 2):(2\times 4):(4\times 3)$

$=6:8:12$

$\boxed{A:B:C=3:4:6}$

$$Share\ of\ B=\frac{4}{13}\times 7800=2400$$

$$Share\ of\ C=\frac{6}{13}\times 7800=3600$$

दोनो के *Share* में $difference=3600-2400=1200\ Rs.$

इस अध्याय में हम कार्य, कार्य को करने में लगा समय और व्यक्ति के कार्य करने की क्षमता के बारे में अध्ययन करते हैं

यदि कोई व्यक्ति किसी कार्य को x दिनों में पूरा करता हैं । तो एक दिन में वह कार्य का $1/x$ भाग कर सकेगा

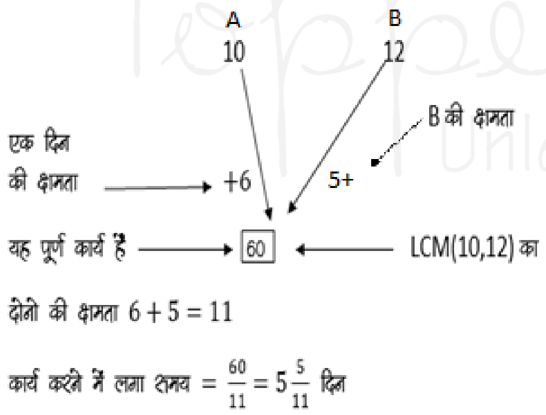
$$\text{क्षमता} = \frac{1}{x} \text{ भाग / दिन}$$

## Type-I

जब दो या तीन मिलकर काम करें :-

Q.1. A और B किसी कार्य को क्रमशः 10 और 12 दिन में कर सकते हैं, A और B ने साथ मिलकर काम करना शुरू किया तो कार्य करना में लगा समय –

हल:- LCM (10,12) ⟶ 60 यदि पुर्ण कार्य 60 माना जाये ।




Q.2. रेनाल्ड्स और एलन एक नियुक्ति का कार्य कर रहे हैं। रेनाल्ड्स कम्प्यूटर पर 32 पृष्ठ 6 घंटे में टाइप करता है, जबकि एलन 40 पृष्ठ 5 घंटे में करता है । 110 पृष्ठों के कार्य को अलग-अलग कम्प्यूटरों पर करने में उन्हें कितना समय लगेगा ?

(a) 7 घंटे 30 मिनट (b) 8 घंटे
(c) 8 घंटे 15 मिनट (d) 8 घंटे 25 मिनट

उत्तर- (c)

व्याख्या –

रेनाल्ड्स द्वारा एक घण्टे में टाइप किये गये पृष्ठों की संख्या $= \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$

एलन द्वारा एक घण्टे में टाइप किये गये पृष्ठों की संख्या $= \frac{40}{5} = 8$

∴ दोनों द्वारा एक घण्टे में टाइप किये गये पृष्ठों की संख्या $= \frac{16}{3} + 8 = \frac{16+24}{3} = \frac{40}{3}$

कुल पृष्ठ=110

∴ दोनों द्वारा 110 पृष्ठ टाइप करने में लगा समय

$= \left(\frac{40}{3}\right)$ घण्टे $= \frac{110\times3}{40}$ घण्टे

$= \left(\frac{33}{4}\right)$ घण्टे $= 8\frac{1}{4}$ घण्टे $= 8$ घण्टे $15$ मिनट

Q.3 अमर एक कार्य को 30 दिनों मे पूरा कर सकता है तथा रमन उसी कार्य को 15 दिनों में पूरा कर सकता हैं। यदि दोनों मिलकर कार्य करें, तो 4 दिनों में कुल कार्य का कितना प्रतिशत कार्य पूरा हो जाएगा ?

(a) 15 (b) 37
(c) 40 (d) 45

उत्तर- (c)

व्याख्या –

अमर द्वारा 1 दिन में किया गया कार्य $= \frac{1}{30}$

रमन द्वारा 1 दिन में किया गया कार्य $= \frac{1}{15}$

(अमर और रमन)द्वारा 1 दिन का कार्य $= \frac{1}{30} + \frac{1}{15}$

$= \frac{1+2}{30} = \frac{3}{30} \Rightarrow \frac{1}{10}$

दोनों द्वारा मिलकर 4 दिन का कार्य $= \frac{4}{10} \Rightarrow -\frac{2}{5}$

अतः अभीष्ट प्रतिशत $= \frac{2\times100}{5} \Rightarrow 40\%$

## Type-II

तीन को देकर एक का समय :-

Q.4. U, V तथा W मिलकर किसी कार्य को 15 दिनों में पूरा कर सकते है। U अकेला 60 दिनों में कार्य को पूरा कर सकता है। V तथा W मिलकर उस कार्य को कितने दिनों में पूरा कर सकते हैं ?

(a) 10 (b) 20

(c) 14 (d) 12

उत्तर– (b)

व्याख्या –

$U, V$ एवं $W$ का एक दिन का कार्य $= \frac{1}{15}$

$U$ का एक दिन का कार्य $= \frac{1}{60}$

$\therefore$ $(V + W)$ का एक दिन का कार्य

$$= \frac{1}{15} - \frac{1}{60}$$

$$= \frac{4-1}{60} = \frac{3}{60} \Longrightarrow \frac{1}{20}$$

$\therefore$ $(V + W)$ मिलकर कार्य को पूरा करेंगे

$= \frac{1}{\frac{1}{20}} \Longrightarrow 20$ दिनों में

Q.5. A, B और C किसी कार्य को 2 घंटें में पूरा कर सकते हैं यदि A उस कार्य को अकेले 6 घंटें में और B 5 घंटें में करता है, तो C उस कार्य को अकेले कितने समय में करेगा ?

A, B तथा C को कार्य समाप्त करने में लगा समय

$$= \frac{xyz}{xy + yz + zx}$$

$$2 = \frac{6 \times 5 \times z}{30 + 5z + 6z}$$

$$22z + 60 = 30z$$

$$z = \frac{60}{8} \Rightarrow 7\frac{1}{2} \text{ घंटा}$$

अतः C अकेले कार्य को $7\frac{1}{2}$ घंटा में समाप्त करेगा।

## Type-III

दो–दो का देकर एक का समय :-

Q.6. A और B एक काम को 36 दिन में कर सकते है, B और C उसे 60 दिन में कर सकते है, A और C उसे 45 दिन में कर सकते हैं। तो C अकेले उसे कितने दिन में कर सकता है ?

(a) 90 दिन

(b) 180 दिन

(c) 120 दिन

(d) 150 दिन

उत्तर– (b)

व्याख्या –

$(A + B)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{36} \ldots\ldots\ldots\ldots(i)$

$(B + C)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{60} \ldots\ldots\ldots\ldots(ii)$

$(C + A)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{60} \ldots\ldots\ldots\ldots(iii)$

$2(A + B + C)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{36} + \frac{1}{60} + \frac{1}{45}$

$$= \frac{5+3+4}{180} = \frac{12}{180} = \frac{1}{15}$$

$\therefore$ $(A + B + C)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{15\times2} = \cdots(iv)$

समीकरण $(iv)$ में से समीकरण $(i)$ को घटाने पर–

$C$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{30} - \frac{1}{36} = \frac{6-5}{180}$

$\therefore$ अकेले $C$ उस काम को 180 दिन में कर लेगा।

Q.7. A तथा B एक कार्य को 10 दिनों में कर सकते हैं। B तथा C वही कार्य 12 दिनों में कर सकते हैं A तथा C उसे 15 दिन में कर सकते हैं। तदनुसार अकेला A वही कार्य कितने दिनों में कर पाएगा ?

(a) 24 दिन
(b) 20 दिन
(c) 40 दिन
(d) 30 दिन
उत्तर- (a)
व्याख्या -
$(A+B)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{10}$ ………….(i)
$(B+C)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{12}$ ………….(ii)
$(C+A)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{15}$ ………….(iii)
∴ तीनों समीकरणों को जोड़ने पर
$2(A+B+C)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15}$

$= \frac{6+5+4}{60} = \frac{15}{60} = \frac{1}{15}$
∴ $(A+B+C)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{15}{60\times2} = \frac{1}{8}$ …(iv)
समीकरण (iv) में से समीकरण (ii) को घटाने पर-
$A$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{3-4}{12} = \frac{1}{24}$

∴ अकेले $A$ द्वारा कार्य करने में लिया गया समय $=$ 24 दिन

Q.8. A तथा B एक कार्य 8 दिनों में पूरा कर सकते हैं, B तथा C उसी कार्य 12 दिनों में कर सकते है और C तथा A उसी कार्य को 8 दिनों में कर सकते है। तद्नुसार तीनों मिलकर वही कार्य कितने दिनों में पूरा कर सकते है ?

(a) 24 दिन
(b) 20 दिन
(c) 40 दिन
(d) 6 दिन
उत्तर- (d)
व्याख्या -
$(A+B)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{8}$ ………….(i)
$(B+C)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{12}$ ………….(ii)
$(C+A)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{8}$ ………….(iii)
∴ तीनों समीकरणों को जोड़ने पर
$2(A+B+C)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8}$

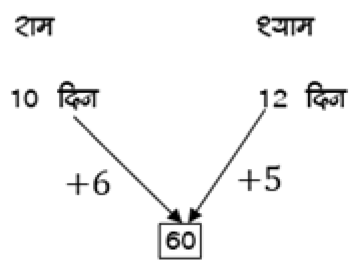
$= \frac{3+2+3}{24} = \frac{8}{24}$
∴ $(A+B+C)$ द्वारा एक दिन में किया गया काम $= \frac{8}{24\times2} = \frac{1}{6}$

∴ तीनों मिलकर उस कार्य कर सकते हैं $= 6$ दिन में

## Type-IV

**एक व्यक्ति या अधिक व्यक्ति शुरू में काम छोड़ के चले जाएं :-**

Q.9. राम और श्याम कार्य को क्रमशः 10 और 12 दिन में कर सकते हैं। राम और श्याम ने कार्य करना शुरू किया और 3 दिन बाद राम ने कार्य छोड़ दिया, काम को पूरा करने में कुल कितना समय लगा। LCM (W,L) ⟶ 60 यदि पुर्ण कार्य 60 हो तो




दोनों की क्षमता - 11

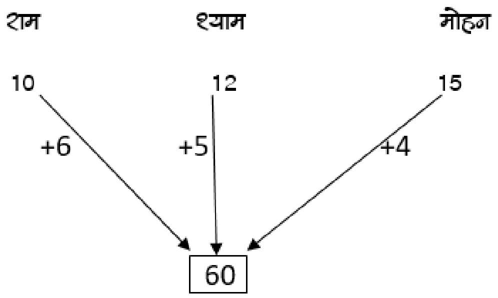
तीन दिन का कार्य $= 11 \times 3 = 33$

शेष कार्य $= 60 - 33 = 27$

शेष कार्य B द्वारा किया जाना है $\rightarrow \frac{27}{5} = 5\frac{2}{5}$ दिन

कुल समय $3 + 5\frac{2}{5} = 8\frac{2}{5}$ दिन उत्तर

Q.10. राम, श्याम, मोहन किसी कार्य को क्रमशः 10,12,15 दिनों में कर सकते हैं । अगर तीनो साथ मिलकर काम करना शुरू करे परन्तु 2 दिन बाद राम काम छोड देता है और उसके 2 दिन बाद मोहन भी छोड देता है, काम कितने दिनों में पूरा हुआ ।




= राम + श्याम + मोहन

$6 + 5 + 4 \rightarrow 15$ कार्य

दो दिन में $\rightarrow 15 \times 2 \rightarrow 30$ कार्य

शेष कार्य $\rightarrow 60 - 30 = 30$ कार्य

श्याम + मोहन $\rightarrow 5 + 4 \rightarrow 9$ कार्य

दो दिन के कार्य $\rightarrow 9 \times 2 = 18$ कार्य

शेष कार्य $30 - 18 = 12$ कार्य

अब शेष कार्य श्याम के द्वारा $= \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ दिन

कार्य पूरा होने में लगा समय $2 + 2 + 2\frac{2}{5} = 6\frac{2}{5}$ दिन

Q.11. A तथा B मिलकर एक 120 पृष्ठ वाली किताब टाइप करनी है । A, 9 घंटे में 36 पृष्ठ टाइप करता है तथा B, 5 घंटे में 40 पृष्ठ टाइप करता है । A पहले 60 पृष्ठ अकेला टाइप करता है तथा आखिरी के 60 पृष्ठ A तथा B मिलकर टाइप करते हैं । पूरी किताब को टाइप करने में कितना समय (घंटों में) लगेगा ?

(a) 24 (b) 20
(c) 12 (d) 15

उत्तर- (b)

व्याख्या -

A द्वारा 9 घण्टे में टाइप किये गये पृष्ठों की संख्या $= 36$

$\therefore$ A द्वारा 1 घण्टे में टाइप किये गये पृष्ठ $= \frac{36}{9} \Rightarrow 4$

B द्वारा 5 घण्टे में टाइप किये गये पृष्ठों की संख्या $= 40$

$\therefore$ B द्वारा 1 घण्टे में टाइप किये गये पृष्ठ $= \frac{40}{5} \Rightarrow 8$

A द्वारा प्रथम 60 पृष्ठ टाइप करने में लगा समय $= \frac{60}{4} \Rightarrow 15$ घंटा

आखिरी के 60वें पृष्ठ में दोनों टाइप करते हैं ।

दोनों 1 घंटे में $8 + 4 = 12$ पृष्ठ टाइप करेंगे ।

अतः 60 पृष्ठ में दोनों द्वारा लिया गया समय $= \frac{60}{12} \Rightarrow 5$ घण्टे

## Type-V

एक व्यक्ति या अधिक व्यक्ति काम खत्म होने से पहले छोड के चले जाएं :-

Q.12. राम, श्याम, मोहन किसी कार्य को क्रमशः 10,12,15 दिनों में कर सकते हैं । तीनों ने साथ मिलकर कार्य किया, राम और श्याम ने कार्य खत्म होने से 2 दिन पहले कार्य छोड दिया, पूरा कार्य करने में लगा समय -

राम + श्याम + मोहन $\rightarrow 15$ कार्य क्षमता

मोहन ने दो दिन ज्यादा किया $\rightarrow +4 \times 2 \rightarrow 8$ कार्य

शेष कार्य $\rightarrow 60 - 8 \rightarrow 52$

52 कार्य तीनों द्वारा $\rightarrow \frac{52}{15} = 3\frac{7}{15}$ दिन

कुल $\rightarrow 2 + 3\frac{7}{15} \rightarrow 5\frac{7}{15}$ दिन

Q 13. राम, श्याम, मोहन किसी कार्य को क्रमशः 10,12,15 दिनों में कर सकते हैं । अगर राम काम खत्म होने से 2 दिन पहले काम छोड दे और श्याम काम खत्म होने से 3 दिन पहले काम छोड दें । काम कुल कितने दिन में खत्म होगा ।

कुल काम → 60

राम → 2 दिन $6 \times 2 \rightarrow 12$

श्याम → 3 दिन $5 \times 3 \rightarrow 15$

Total work $\frac{60+12+15}{15} = \frac{87}{15} = 5\frac{4}{5}$ दिन

## Type-VI

एक व्यक्ति या अधिक व्यक्ति काम शुरू होते ही या खत्म होने से पहले छोड के चले जाएं :-

Q.14 राम, श्याम, मोहन किसी कार्य को क्रमशः 10,12,15 दिनों में कर सकते हैं । तीनों साथ मिलकर काम करना शुरू करते हैं लेकिन 2 दिन बाद राम काम छोडकर चला जाता हैं और श्याम काम खत्म होने से 1 दिन पहले काम छोड देता है, पूरा काम खत्म होने में कितना समय लगा ।

कुल कार्य → 60

राम का दो दिन का काम → −12

शेष कार्य $60 - 12 \rightarrow$ 48

श्याम एक दिन पहले छोड गये $\rightarrow +5$

कुल $48 + 5 \rightarrow 53$

समय $\rightarrow \frac{53}{9} = 5\frac{8}{9}$ दिन

Q.15 राम, श्याम, मोहन किसी कार्य को क्रमशः 10,12,15 दिनों में कर सकते हैं । तीनों साथ मिलकर काम शुरू करते है परन्तु 3 दिन बाद राम काम छोड देता है और मोहन काम खत्म होने के 4 दिन पहले काम छोड देता है पूरा काम कितने दिन में खत्म होगा ?

कुल $\rightarrow 60$ राम का तीन दिन का

कार्य$\longrightarrow 3 \times 6 \rightarrow 18$

मोहन का चार दिन का कार्य $4 \times 4 \rightarrow 16$

शेष$\longrightarrow 60 - 16 \rightarrow 58$ $= \frac{58}{9} = 6\frac{4}{9}$ दिन

## Type-VII
**MDH :-**

$$m_1 \times D_1 \times H_1 = M_2 \times D_2 \times H_2$$

$Man_1$ $Day_1$ $Hour_1$ $Man_2$ $Day_2$ $Hour_2$

Q.16. 40 आदमी 6 घंटे प्रतिदिन कार्य करते हुए किसी कार्य को 30 दिन में कर सकते हैं । तो 20 दिन में खत्म करने के लिये कितने आदमी और चाहिये यदि प्रतिदिन 8 घंटे काम करे तो ?

$40 \times 30 \times 6 = x \times 20 \times 8$

$x = 45$ आदमी

पहले 40 थे अब 45 चाहिये यानि की 5 आदमी और चाहियें ।

Q.17. यदि 20 आदमी किसी कार्य को 30 दिनों में 8 घंटे प्रतिदिन कार्य करते हुए पूरा कर सकते है तो 15 व्यक्ति उस कार्य के 6 घंटे प्रतिदिन करते हुए, कितने दिनों में पूरा कर देंगे । जबकि पहले समूह के 3 व्यक्ति दूसरे के 2 व्यक्ति के बराबर है ।

क्षमता

$3\,M_1 = 2\,M_2$

$\frac{M_1}{M_2} = \frac{2}{3}$ तब

$20 \times 30 \times 8 \times 2 = 15 \times 6 \times x \times 3$

$\frac{320}{9} = x$